Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

LA DISTRIBUZIONE DI POISSON = Poisson (λ)

Si ipotizzi che la variabile aleatoria "numero di sinistri" sia distribuita come una Poisson con unico parametro λ; indicando con $N(t, t+\Delta t)$ il numero di sinistri che si verificano in un intervallo di tempo $(t, t+\Delta t)$, si formulino le seguenti **ipotesi**:

1. $P[N(t, t+\Delta t)=1] = \lambda\, \Delta t + o(\Delta t)$

   La probabilità di avere un sinistro in un piccolo intervallo di tempo Δt è proporzionale all'ampiezza di tale intervallo → tale probabilità non dipende dal momento di inizio dell'intervallo ed eventuali traslazioni sull'asse temporale non modificano la sua misura.

   Inoltre, è addizionato un fattore $o(\Delta t)$ che però è infinitesimo di ordine superiore a Δt →

   → se $\Delta t \to 0$, anche $o(\Delta t)$ tenderà a 0 ma più velocemente dello stesso Δt.

2. $P[N(t, t+\Delta t)>1] = o(\Delta t)$

   La probabilità del verificarsi di due o più sinistri in un piccolo intervallo di tempo è trascurabile. Tale ipotesi è immediatamente riconducibile alla prima.

3. $P[N(\tau) = k, N(\tau') = k'] = P[N(\tau) = k] \cdot P[N(\tau') = k']$

   Il numero di sinistri relativi a intervalli di tempo disgiunti sono indipendenti

LUISS

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

LA DISTRIBUZIONE DI POISSON = Poisson (λ)

A partire da queste ipotesi si può definire la probabilità del verificarsi di k sinistri in un intervallo di tempo t come segue:

$$p_k(t) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^k}{k!} \qquad k = 0,1,2....$$

Dove:

- λ è un qualsiasi valore positivo equivalente al numero di successi che ci si aspetta che si verifichino in un dato intervallo di tempo
- *e* è la base del logaritmo naturale
- *k* è il numero intero non negativo delle occorrenze (successi) per cui si vuole prevedere la probabilità

LUISS

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

LA DISTRIBUZIONE DI POISSON = Poisson (λ)

Proprietà

1. Media = Varianza
2. Date *n* variabili indipendenti $N_1,N_2,\ldots,N_n$ che si distribuiscono secondo una Poisson di parametri $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n$, la variabile ottenuta dalla loro somma $N=N_1+N_2+\ldots+N_n$ è ancora una variabile poissoniana con parametro dato dalla somma dei parametri, $\lambda =\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_n$
3. Sotto le seguenti ipotesi:
   - il numero di sinistri che si verificano in un fissato intervallo di tempo (es. un anno) segue una distribuzione di Poisson con parametro λ.
   - i sinistri si possono classificare all'interno di m classi distinte ad ognuna delle quali è associata una probabilità $p_1,p_2,\ldots,_{pm}$
   - gli eventi appartenenti ad ogni classe sono indipendenti dagli altri.
   - il numero di sinistri all'interno di ogni classe N1,N2,…,Nm sono variabili aleatorie mutuamente indipendenti distribuite secondo una Poisson i cui parametri sono, rispettivamente, $\lambda p_1,\lambda p_2,\ldots,\lambda_{pm}$.

LUISS

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

LA DISTRIBUZIONE BINOMINALE NEGATIVA = Bin Neg (α,τ)

La distribuzione di binominale negativa può essere vista come **un'estensione della Poisson** in quanto viene ottenuta da tale distribuzione sotto specifiche **ipotesi**

1. Il "numero di sinistri" relativamente ad un singolo rischio (o un singolo assicurato) segue una distribuzione di Poisson di parametro λ $N(t, t+1) \sim \text{Poisson}(\lambda) \rightarrow p_k = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$

2. Il parametro λ non è costante ma è il risultato della variabile aleatoria Λ con f.d.d. u(λ) e f.d.r. U(λ)

Le probabilità che accadano esattamente k sinistri si ottiene calcolando il valore atteso di P(N=k) condizionata dall'evento "Λ = λ". Per il teorema delle probabilità totali:

$$p_k = \Pr(N=k) = E[\Pr(N=k) \mid \Lambda] = \int_0^\infty \Pr(N=k \mid \Lambda=\lambda)u(\lambda)d\lambda = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} \cdot u(\lambda)d\lambda$$

Il valore atteso così definito dipenderà dalla <u>**distribuzione assunta da Λ**</u>

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

LA DISTRIBUZIONE BINOMIALE NEGATIVA = Bin Neg (α,τ)

Ipotizziamo che la variabile aleatoria *Λ* si distribuisca secondo una Gamma di parametri α>0 e τ>0 con *f.d.d.*

$$u(\lambda) = \frac{e^{-\tau\lambda} \cdot \tau^{\alpha} \cdot \lambda^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$$

$$\Downarrow$$

$$p_k = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} \cdot \frac{e^{-\tau\lambda} \cdot \tau^{\alpha} \cdot \lambda^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} d\lambda = \ldots = \binom{k+\alpha-1}{k}\left(\frac{\tau}{1+\tau}\right)^{\alpha}\left(\frac{1}{1+\tau}\right)^{k}$$

con k = 0,1,2,… e α>0 e τ>0

$$p_0 = \left(\frac{\tau}{1+\tau}\right)^{\alpha}$$

Formula ricorsiva →

$$p_k = p_{k-1} \cdot \frac{k+\alpha-1}{k \cdot (1+\tau)}$$

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

LA DISTRIBUZIONE BINOMIALE NEGATIVA = Bin Neg (α,τ)

Proprietà

1. Media = $\mu = \frac{\alpha}{\tau}$ Varianza = $\sigma^2 = \frac{\alpha}{\tau}(1 + \frac{1}{\tau})$

2. Essendo τ un parametro che assume solo valori positivi, nella distribuzione Binominale Negativa la varianza eccede sempre la media; quindi, per un particolare insieme di dati, se la varianza osservata è maggiore della media osservata, la binominale negativa **risulta essere una scelta migliore** per la rappresentazione del numero di sinistri rispetto alla Poisson

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

LA DISTRIBUZIONE BINOMIALE NEGATIVA = Bin Neg (α,τ)

La distribuzione Binomiale negativa, essendo generata a partire dalla Poisson con parametro non costante, permette la creazione di un modello che tenga conto della differenziazione in classi di rischio, ognuna delle quali si distribuisce secondo una Poisson con un particolare parametro. Perciò, la Binomiale Negativa è maggiormente adatta nel caso in cui il portafoglio assicurativo studiato è composto da **rischi eterogenei**.

LUISS

Metodi per la stima dei parametri

L'approccio simulativo si basa sulla costruzione di distribuzioni teoriche dei fenomeni oggetto di studio al fine di valutare processi reali.

Il ricorso alle variabili aleatorie, le quali dipendono dai parametri che le costituiscono, necessita dell'introduzione di **un metodo in grado di stimare i parametri** della variabile stessa.

I metodi per la stima dei parametri sono procedure di tipo logico-matematico che consentono di stabilire l'insieme delle operazioni da applicare ai dati di un campione empirico per pervenire al valore di stima.

Si distinguono in:

- metodi di stima puntuale = la procedura si traduce in un solo valore numerico che si assume come stima del parametro

- metodi di stima per l'intervallo = si calcolano gli estremi di un intervallo che con una prestabilita probabilità contiene al suo interno il valore incognito del parametro oggetto di stima

Metodi per la stima dei parametri

Il metodo dei momenti

Il metodo postula l'uguaglianza tra i momenti campionari dello stesso ordine.

Se la legge distributiva di una generica popolazione *P*, sulla quale viene osservato il fenomeno, è caratterizzata da *r* parametri $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$ si ottiene un sistema di *r* equazioni nelle *r* incognite $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$.

Il metodo si fonda sul presupposto che i momenti di *P* siano funzioni dei parametri $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$; per il momento di ordine *h* di *P* si può scrivere infatti (nel caso discreto):

$$\mu_{X^h} = \sum X^h f(X; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r) = \mu_{X^h}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$$

Consideriamo allora il sistema di *r* equazioni che segue, dove con $\bar{x}_1$ è indicato il primo momento campionario e con $\bar{x}_r$ il momento di ordine *r*,

$$\begin{cases} \mu_X(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r) = \bar{x}_1 \\ \vdots \\ \mu_{X^r}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r) = \bar{x}_r \end{cases}$$

la soluzione $(\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2, \dots, \underline{\theta}_r)$, se esiste, rappresenta la ***stima congiunta dei parametri incogniti***.

LUISS

Test di verifica delle ipotesi

IL TEST DEL CHI-QUADRO

L'utilizzo di distribuzioni teoriche (variabili casuali) per la descrizione di un fenomeno reale comporta delle approssimazioni.

Il test di verifica delle ipotesi è un metodo statistico mediante il quale si "verifica" che le ipotesi adottate siano probabilisticamente compatibili con i dati.

In particolare, lo scopo del test del Chi-quadro è quello di conoscere se le frequenze osservate differiscono significativamente dalle frequenze teoriche.

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{m} \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$$

dove:

- n_k → frequenze assolute osservate
- np_k → frequenze assolute teoriche
- m → numero di modalità (o classi)

LUISS

IL TEST DEL CHI-QUADRO

$$\begin{cases} H_0 = \text{i dati provengono da una popolazione in cui le frequenze sono date dalle } p_k \\ H_1 = \text{i dati provengono da un'altra popolazione} \end{cases}$$

Indichiamo con:

- α → livello di significatività (ad es. 5%)
- $g = m\text{-}1\text{-}n_{par}$

Se $\chi^2 < \chi^2_{(g,1-\alpha)}$ → accetto il "fit"

Se $\chi^2 > \chi^2_{(g,1-\alpha)}$ → rifiuto il "fit"

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

Esempio

- *Consideriamo la distribuzione del numero degli eventi per un portafoglio*
- *Obiettivo:*
  - *"fittare" la distribuzione dei dati empirici sia con una Poisson che con una Binomiale Negativa attraverso il metodo dei momenti*
  - *Verificare l'adattamento della distribuzione stimata attraverso il test del* X^2

Numero di sinisistri	**Numero di Polizze**	**Frequenza Relativa**
0	97.000	0,9043
1	9.520	0,0888
2	698	0,0065
3	40	0,0004
4	6	0,0001
>4	-	
Totale	**107.264**	**1,0000**

Media = 0,1031

Varianza = 0,1084

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

1. *Stimiamo i parametri della Poisson con il metodo dei momenti:*

$$\bar{x} = \lambda = 0{,}1031$$

Num. sinistri	Num. Polizze	F.R. Poisson	F.A. Poisson
0	97.000	0,9020	96.755
1	9.520	0,0930	9.976
2	698	0,0048	514
3	40	0,0002	18
4	6	0,0000	0
>4	-	-	-
Totale	**107.264**	**1,0000**	**107.264**

LUISS

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

2. *Calcoliamo la bontà di adattamento con il metodo del Chi-quadro con*

$$\alpha = 0{,}05$$

$$g = 4\text{-}1\text{-}1=2$$

Num. sinistri	Num. Polizze	F.A. Poisson	Chi-quadro
0	97.000	96.755	0,6199
1	9.520	9.976	20,882
2	698	514	65,585
>3	46	18	42,824
Totale	**107.264**	**107.264**	**129,91**

Tenuto conto della numerosità teorica nelle singole classi raggruppiamo l'ultima classe in ">3"

$$\chi^2 = 129{,}9110 > \chi^2_{(2;0,95)} = 5{,}9914$$

__CONCLUSIONI__ → "fittare" i dati a disposizione con una distribuzione di Poisson ci porta a commettere un errore troppo elevato

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

1. *Stimiamo i parametri della Binomiale Negativa con il metodo dei momenti:*

$$E(N) = a/\tau$$

$$\sigma^2(N) = \frac{a}{\tau}\left(1 + \frac{1}{\tau}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E(N) = \bar{x} \\ \sigma^2(N) = s^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = 19{,}49 \\ a = 2{,}01 \end{cases}$$

Num. sinistri	Num. Polizze	F.R. Bin-Neg	F.A. Bin-Neg
0	97.000	0,9043	97.003
1	9.520	0,0887	9.514
2	698	0,0065	699
3	40	0,0004	46
4	6	0,0000	3
>4	-		
Totale	**107.264**	**1,0000**	**107.264**

LUISS

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

2. *Calcoliamo la bontà di adattamento con il metodo del Chi-quadro con*

α = 0,05

g = 4-1-2=1

Tenuto conto della numerosità teorica nelle singole classi raggruppiamo l'ultima classe in ">3"

Num. sinistri	Num. Polizze	F.A. Bin-Neg	Chi-quadro
0	97.000	97.003	0,0001
1	9.520	9.514	0,0041
2	698	699	0,0008
>3	46	49	0,1332
Totale	**107.264**	**107.264**	**0,1382**

$$\chi^2 = 0{,}1382 < \chi^2_{(1;0,95)} = 3{,}8414$$

__CONCLUSIONI__ → "fittare" i dati a disposizione con una distribuzione Binomiale Negativa ci porta a commettere un errore accettabile

LUISS

Modelli per la distribuzione del numero degli eventi

- In genere, le distribuzioni empiriche degli importi dei sinistri evidenziano, asimmetria positiva e quindi code molto pesanti.
- Buoni modelli per la rappresentazione del fenomeno sono quelli caratterizzati da un valore positivo dell'indice di asimmetria:

Lognormale di parametri μ e σ

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma x}\exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(\ln x-\mu)^2}{\sigma^2}\right\}=\Phi\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)\Big/(\sigma x)$$

$$E[X]=e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}} \qquad Var[X]=\left(E[X]\right)^2(e^{\sigma^2}-1)$$

Pareto di parametri a e α e θ

$$f(x)=\frac{\alpha\theta^a}{(x+\theta)^{\alpha+1}}$$

$$E[X]=\frac{\theta}{\alpha-1} \qquad Var[X]=\frac{\alpha\theta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$$

Gamma di parametri a e τ

$$f(x)=\frac{\tau^a e^{-\tau x}x^{a-1}}{\Gamma(a)}$$

$$E[X]=\frac{a}{\tau} \qquad Var[X]=\frac{a}{\tau^2}$$

$$se\ X_i \approx Gamma(a_i,\tau) \quad \Rightarrow \quad X=\sum_{i=1}^{n}X_i \approx Gamma\left(\sum_{i=1}^{n}a_i,\tau\right)$$

Esponenziale di parametro θ

$$f(x)=\frac{e^{-x/\theta}}{\theta}$$

$$E[X]=\theta \qquad Var[X]=\theta^2$$

Modelli per la distribuzione del numero dei sinistri

Anche per l'importo del singolo sinistro, chiamato anche “severity”, valgono le stesse considerazioni fatte per la frequenza sinistri, ovvero:

- Scelta della distribuzione
- Stima dei parametri
- Test per la verifica della bontà di adattamento

Modelli per la distribuzione del danno aggregato

L'**ammontare del danno** è l'importo che la Compagnia si trova a dover pagare quando si manifestano gli eventi assicurati.

Ciò che l'assicuratore vuole conoscere è il totale degli importi da erogare a seguito del verificarsi di un determinato numero di sinistri.

L'**obiettivo** che ci si pone è sviluppare un modello che rappresenti l'ammontare della perdita complessiva generata da tutti i sinistri all'interno di un determinato intervallo temporale e riferito ad uno specifico portafoglio.

↓

LA TEORIA COLLETTIVA DEL RISCHIO

LUISS

Modelli per la distribuzione del danno aggregato

La Teoria collettiva del rischio

N numero aleatorio di sinistri che colpiscono il portafoglio
$X_1, X_2, \ldots, X_N$ importo aleatorio del danno da associare ad ogni sinistro

$\Rightarrow$ $S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$
importo del ***danno aggregato***

Ipotesi di indipendenza

1. condizionatamente all'evento *"N=n"*, le variabili aleatorie sono indipendenti e identicamente distribuite;
2. condizionatamente all'evento *"N=n"*, la distribuzione delle variabili aleatorie $X_1, X_2, \ldots, X_n$ non dipende da *n*;
3. la distribuzione di *N* non dipende dai valori assunti dalla variabili aleatorie $X_1, X_2, \ldots$

Conseguenze

1. medesima funzione di ripartizione per ogni variabile aleatoria $F_X(x) = Prob(X_i \le x)$
2. la distribuzione di *S* risulta determinata una volta note le distribuzioni del numero di sinistri e del loro costo

$$F_S(x) = \Pr(S \le x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \Pr(S \le x \mid N = n) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n F_X^{*n}(x) \quad \Rightarrow \quad f_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n f_X^{*n}(x)$$

$$\boxed{E(S) = E(N)E(X)}$$

$$\boxed{Var(S) = E(N)Var(X) + Var(N)[E(X)]^2}$$

Modello composto per il danno aggregato

L'obiettivo è

1. Costruire la distribuzione per il numero dei sinistri partendo dai dati

2. Costruire la distribuzione dell'importo del singolo sinistro

3. Utilizzare le due distribuzioni al fine di ottenere la distribuzione per il danno aggregato

$$S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$$

Modello composto per il danno aggregato

Esempio

- *Consideriamo un portafoglio con le seguenti caratteristiche:*
  - *E(N) = 6,7*
  - *σ(N) = 2,3*
  - *E(X) = 179.247*
  - *σ(X) = 52.141*
- *Obiettivo 1: determinare la media e la varianza del danno aggregato*
- *Obiettivo 2: sotto l'ipotesi che il danno aggregato segua una distribuzione lognormale di parametri A e B, calcolare il 50°, il 75° e il 99° percentile*

LUISS

Modello composto per il danno aggregato

- ***Obiettivo 1***: *determinare la media e la varianza del danno aggregato*

$$E(S) = \mu'_1(S) = E(N) \cdot E(X)$$

$$\Downarrow$$

$$E(S) = 6,7 \cdot 179.247 = 1.200.955$$

$$\sigma^2(S) = \mu_2(S) = E(N) \cdot \sigma^2(X) + \sigma^2(N) \cdot [E(X)]^2$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma^2(S) = 6,7 \cdot (52.141)^2 + (2,3)^2 \cdot (179.247)^2 = 1,88180 \times 10^{11}$$

$$\sigma(S) = (1,88180 \times 10^{11})^{0,5} = 433.797$$

Modello composto per il danno aggregato

- ***Obiettivo 2***: *sotto l'ipotesi che il danno aggregato segua una distribuzione lognormale di parametri A e B, calcolare il 50°, il 75° e il 99° percentile*

E(S) = 1.200.955

σ²(S)= 1,88.180.168.280

σ (S)=433.797

$$A = \ln\left(\frac{[E(S)]^2}{\sqrt{Var(S) + [E(S)]^2}}\right) = 13{,}937$$

$$B = \sqrt{\ln\left(\frac{Var(S) + [E(S)]^2}{[E(S)]^2}\right)} = 0{,}350$$

Percentile

50%	75%	99%
1.129.527	1.430.468	2.550.968

LUISS

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

Definizione

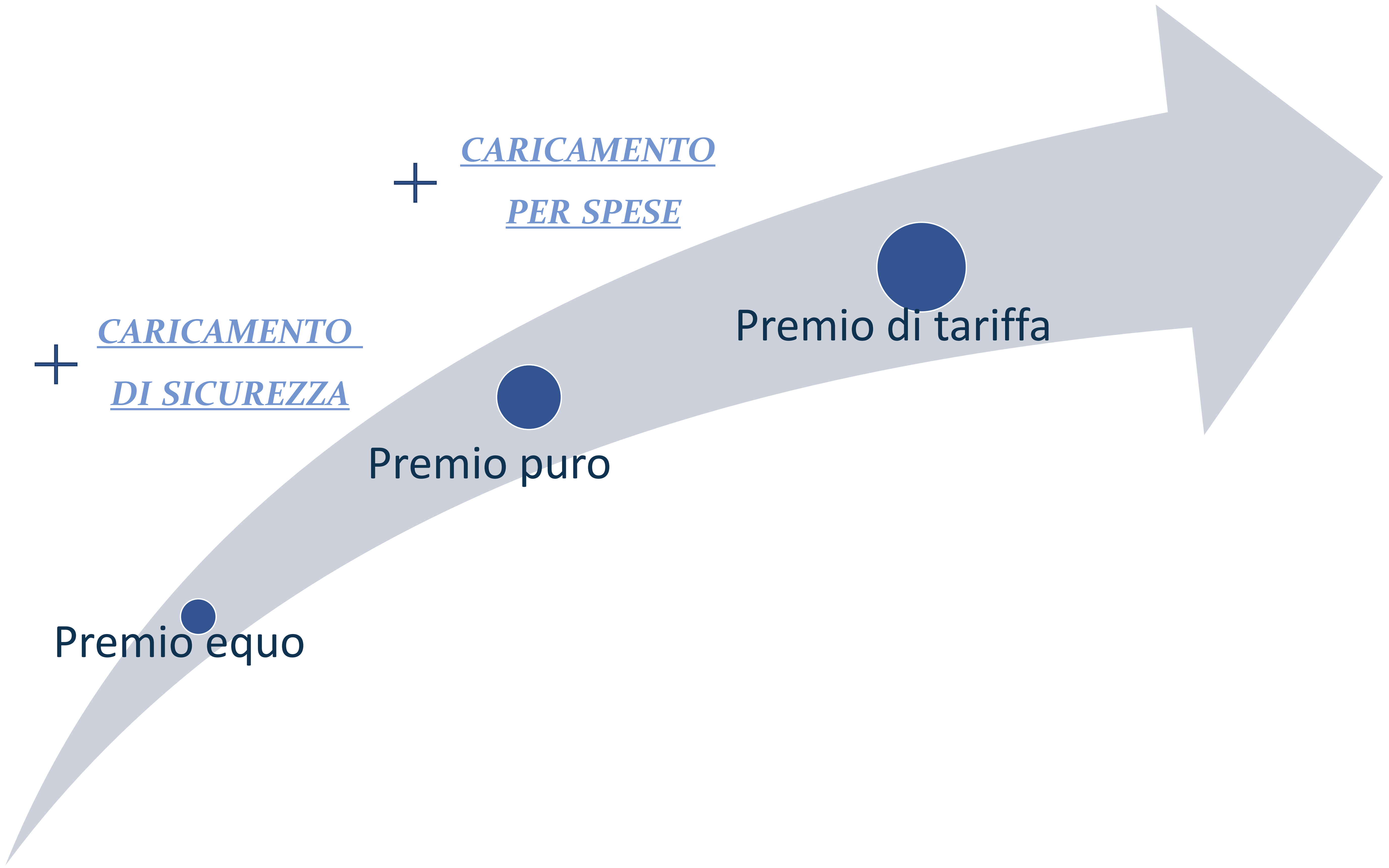
Un contratto di assicurazione contro i danni prevede, da parte del contraente, il pagamento di un **premio** in un'unica soluzione, all'epoca della stipulazione del contratto, o convenientemente rateizzato nel periodo di copertura.

Rappresenta il prezzo che l'assicurato versa all'assicuratore in cambio delle garanzie che gli sono prestate.

Il premio che il contraente paga all'assicuratore è pari al **premio di tariffa** più le tasse ed eventuali altri contributi.

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

PROCESSO PER ARRIVARE AL PREMIO PAGATO DAL CONTRAENTE



LUISS

IL CALCOLO DEL PREMIO EQUO

Definizione

È l'importo P_e che rende *equo* il contratto assicurativo ed è pari al valore atteso o speranza matematica del risarcimento globale dell'assicuratore nel periodo di copertura considerato.

$S = \sum_{i=1}^{N} Y_i$ → v.a. "Risarcimento globale"

N → v.a. "Numero dei sinistri"

Y_i → v.a. "Risarcimento i-esimo sinistro" in ordine cronologico

$$P_e = E(S) = \sum_{n=0}^{+\infty} p_n E(S \mid N = n) = E(N)E(Y)$$

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

IL CALCOLO DEL PREMIO EQUO

Quota danni e tasso di premio

Per calcolare il premio equo sulla base dell'osservazione statistica ipotizziamo di aver osservato:

- R = rischi analoghi in termini di caratteristiche di rischio, condizioni contrattuali e valori monetari di esposizione al rischio
- n = numero di sinistri in riferimento alla collettività osservata R
- y_1, y_2, …, y_n, = risarcimenti

$$Q = \frac{y_1 + \ldots + y_n}{R}$$

Quota danni = è il rapporto tra il costo globale e il numero R delle esposizioni

IL CALCOLO DEL PREMIO EQUO

Quota danni e tasso di premio

Se a ciascuno degli *R* rischi imputassimo un costo Q, avremmo realizzato l'equilibrio con il costo effettivamente sostenuto → la quota danni può essere interpretata come **stima del premio equo**

$$Q = \frac{n}{n} \cdot \frac{y_1 + \ldots + y_n}{R} = \frac{n}{R} \cdot \overline{Y} = \Psi \cdot \overline{Y}$$

$\overline{Y}$ = stima del danno medio *E(Y)*

$\Psi = \frac{n}{R}$ = *indice di sinistrosità*, esprime il numero medio di sinistri che colpiscono in un periodo di osservazione un rischio.
E' una stima della frequenza media *E(N)*

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

IL CALCOLO DEL PREMIO EQUO

Quota danni e tasso di premio

Ipotizziamo che i rischi osservati siano caratterizzati da esposizioni monetarie diverse:

$w_1, w_2, \ldots, w_R$ indicando con $\overline{w}$ l'esposizione media

Tasso di premio→ è il rapporto tra il risarcimento globale e l'esposizione globale

$$\tau = \frac{y_1 + \cdots + y_n}{w_1 + \cdots + w_R}$$

Grado medio di danno

esprime il risarcimento medio per unità monetaria di esposizione

$$\overline{g} = \frac{\overline{y}}{\overline{w}}$$

Premio equo

osservato in riferimento monetaria all'unità

$$\tau = \Psi \cdot \overline{g}$$

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

IL CARICAMENTO DI SICUREZZA

Π = premio incassato

S = risarcimento globale

$\Rightarrow$ $G = \Pi - S$ = guadagno dell'assicuratore

Il premio equo è quel premio che rende nullo il guadagno → ***principio di equità***

$E(G) = \Pi - E(S) = 0$ $\Rightarrow$ $\Pi = P = E(S)$

Il premio equo è ***privo di interesse economico*** in quanto non consente all'assicuratore di conseguire un guadagno positivo, infatti egli è disposto ad acquisire la copertura solo se

CARICAMENTO DI SICUREZZA

$$\Pi > E(S)$$

$$\Pi = E(S) + r \qquad\qquad E(G) = E(\Pi) - E(S) = r$$

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

IL PREMIO PURO

Definizione

Premio equo + Caricamento di sicurezza = **PREMIO PURO**

Distinguiamo:

- Caricamento **implicito** → utilizzo una base tecnica più prudenziale, favorevole all’assicuratore
- Caricamento **esplicito** → è pari ad uno o più valori caratteristici della distribuzione di probabilità di S

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

IL PREMIO PURO

$$\Pi = H(S)$$

Cos'è H?

- È chiamato "principio di calcolo del premio puro"
- È un "funzionale" che associa un numero reale (premio puro) alla distribuzione di probabilità di S
- Dipende dalla funzione di ripartizione di S oppure utilizza alcuni valori caratteristici della distribuzione di probabilità di S

IL PREMIO PURO

I principi di calcolo

Principio del valore atteso → $\Pi = (1+\alpha) \cdot E(S)$ con $\alpha > 0$

Utilizzato per la sua semplicità, sintetizza la rischiosità del contratto solo nel valor atteso del risarcimento globale con un caricamento proporzionale ad E(S)

Principio della varianza → $\Pi = E(S) + \beta \cdot Var(S)$ con $\beta > 0$

In base a tale principio, il caricamento di sicurezza è proporzionale alla varianza di S

Principio dello scarto quadratico medio → $\Pi = E(S) + \gamma \cdot \sigma(S)$ con $\gamma > 0$

In base a tale principio, il caricamento di sicurezza è proporzionale alla dev.std di S

Principio dell'utilità attesa → il premio puro, detto anche "certo equivalente" è ottenuto come soluzione dell'equazione

$$E[u(\Pi - S)] = 0$$

Dove u è la funzione di utilità del guadagno dell'assicuratore (individuo avverso al rischio) in relazione alla copertura assicurativa. Tale funzione è continua, crescente, concava verso il basso normalizzata, ovvero:

$$\begin{cases} u(0) = 0 \\ u'(0) = 1 \end{cases}$$

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

IL CARICAMENTO PER SPESE E IL PREMIO DI TARIFFA

Nelle assicurazioni contro i danni bisogna considerare, ad esempio:

1. Le spese di acquisizione del contratto, come ad esempio la provvigione di acquisto che costituisce il compenso dell'agente
2. Le spese di incasso premi, come ad esempio la provvigione di incasso corrisposta all'agente come compenso per aver curato l'incasso dei premi
3. Le spese generali di gestione che comprendono varie voci di spese generali sostenute dall'impresa assicuratrice per l'amministrazione del contratto

Tali importi sono imputati all'assicurato mediante un caricamento per spese determinato mediante un principio di equità, ovvero per ciascuna categoria di spesa, avendo però un atteggiamento prudenziale.

Premio di tariffa (o commerciale) $\Rightarrow$ $C = \Pi + s$

dove *s* rappresenta il caricamento per spese

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

IL PREMIO DI TARIFFA

I principi di calcolo

Principio del caricamento proporzionale → $C = \Pi \cdot (1+a)$ con $a > 0$

Il caricamento è proporzionale al premio puro (adatto per le spese di acquisizione del contratto e incasso dei premi)

Principio del caricamento costante → $C = \Pi + b$ con $b > 0$

Il caricamento è indipendente dalla rischiosità del contratto (adatto per le spese di gestione)

Principio del caricamento lineare → $C = \Pi \cdot (1+a') + b'$ con $a', b' > 0$

Rappresenta una buona soluzione per dividere i caricamenti proporzionali da quelli non proporzionali

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

Esempio

Dato un portafoglio <u>omogeneo</u>, si vogliono determinare le seguenti misure attuariali, sapendo che il numero di rischi analoghi R è pari a 10:

- *Quota danni*
- *Indice di sinistrosità*
- *Danno medio*

Importo dei sinistri	
i	***y** i*
1	20
2	45
3	30
4	15
5	86
6	42

$$Q = \frac{y_1 + \ldots + y_n}{R} = \frac{20 + 45 + \ldots + 42}{10} = 23{,}8$$

$$\Psi = \frac{n}{R} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

$$\overline{Y} = \frac{y_1 + \ldots + y_n}{n} = \frac{20 + 45 + \ldots + 42}{6} = 39{,}67$$

$$Q = \Psi \cdot \overline{Y} = 0{,}6 \cdot 39{,}67 = 23{,}8$$

LUISS

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

Esempio

Dato un portafoglio non omogeneo, si vogliono determinare le seguenti misure attuariali, sapendo che il numero di rischi analoghi R è pari a 10:

- *Esposizione monetaria media*
- *Tasso di premio*
- *Grado medio di danno*
- *Indice di sinistrosità*

i	*y i*	*w i*
1	20	100
2	45	80
3	30	95
4	15	90
5	86	120
6	42	100
7		110
8		70
9		85
10		90

$$\overline{w} = \frac{w_1 + \ldots + w_R}{R} = \frac{100 + 80 + \ldots + 85 + 90}{10} = 94$$

$$\tau = \frac{y_1 + \cdots + y_6}{w_1 + \cdots + w_{10}} = \frac{20 + \ldots + 42}{100 + \ldots 90} = 0{,}25$$

$$\overline{g} = \frac{\overline{y}}{\overline{w}} = \frac{39{,}67}{94{,}00} = 0{,}42$$

$$\Psi = \frac{n}{R} = \frac{6}{10} = 0{,}60$$

$$\tau = \Psi \cdot \overline{g} = 0{,}6 \times 0{,}42 = 0{,}25$$

LUISS

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

Esempio

Partendo dai dati a disposizione, calcoliamo il premio puro con i vari principi di calcolo

Importo del danno	
i	y_i
1	20
2	50
3	26
4	96
5	12
6	45
7	75
8	32
9	1
10	19

Numero dei sinistri	
0	10
1	10

R	20
n	10

Premio Equo, premio Puro e premio Tariffa

PRINCIPIO DEL VALORE ATTESO

$$\Pi = (1+\alpha)\cdot E(S)$$

$$E(S) = \mu_1^{'}(S) = E(N)\cdot E(Y)$$

$$Q = \Psi \cdot \bar{y} = \frac{10}{20} \times \frac{20+\ldots+19}{10} = 18{,}80$$

$$\alpha = 0{,}20$$

$$\Pi = (1+\alpha)\cdot Q = 22{,}56$$

PRINCIPIO DELLA VARIANZA

$$\Pi = E(S) + \beta \cdot Var(S)$$

$$Var(S) = \mu_2(S) = E(N)\cdot Var(Y) + Var(N)\cdot [E(Y)]^2$$

$$S^2(N) = \sum_{i=0}^{3}\left(i - \frac{n}{R}\right)^2 \left(\frac{R_i}{R}\right) = 0{,}25$$

$$\Psi = \frac{10}{20} = 0{,}50$$

$$S^2(Y) = \frac{1}{(m-1)} \sum_{j=1}^{10} (y_j - \bar{y})^2 = 870{,}49$$

$$\bar{y} = \frac{20+\ldots+19}{10} = 37{,}60$$

$$\beta = 0{,}01$$

$$S^2(S) = \Psi \cdot S^2(Y) + S^2(N)\cdot [\bar{y}]^2 = 788{,}68$$

$$\Pi = Q + \beta \cdot S^2(S) = 26{,}69$$

Si nota che con un $\beta = 0{,}01$ si ottiene un premio più elevato rispetto a quello del principio del valor medio con $\alpha = 0{,}2$

LUISS

Background di riferimento della Funzione Attuariale

La *Funzione Attuariale* è una ***key function*** parte di un più ampio sistema di governance dei rischi,

che ha come riferimento principale la solvibilità, valutata secondo metriche ***risk based***

in un ambito di principi **market consistent** e di **fair valuation**.

Compito specifico della Funzione Attuariale

La funzione attuariale:

a. coordina il calcolo delle riserve tecniche;

b. garantisce l'adeguatezza delle metodologie e dei modelli sottostanti utilizzati, nonché delle ipotesi su cui si basa il calcolo delle riserve tecniche;

c. valuta la sufficienza e la qualità dei dati utilizzati nel calcolo delle riserve tecniche;

d. confronta le migliori stime con i dati desunti dall'esperienza;

e. informa il consiglio di amministrazione sull'affidabilità e sull'adeguatezza del calcolo delle riserve tecniche;

LUISS

Compito specifico della Funzione Attuariale

f. supervisiona il calcolo delle riserve nei casi di cui all’articolo 82;

g. formula un parere sulla politica di **sottoscrizione globale**;

h. formula un parere **sull’adeguatezza degli accordi** di riassicurazione;

i. contribuisce ad applicare in modo efficace il **sistema di gestione dei rischi**, in particolare con riferimento alla **modellizzazione dei rischi sottesa al calcolo dei requisiti patrimoniali e alla valutazione interna del rischio e della solvibilità** che l’impresa effettua;

Compito specifico della Funzione Attuariale

g. formula un parere sulla politica di sottoscrizione globale;

- Analisi dei prodotti commercializzati e di futura commercializzazione in termini di:
  - *Redditività attesa lordo ed al netto della riassicurazione*
  - *Costo del capitale in ottica Solvency 2*
- Valutazione del rischio di concentrazione della nuova produzione ed il relativo impatto sull'assorbimento di capitale
- Verifica della coerenza dei budget di nuova produzione con il portafoglio dei premi emessi
- Valutazioni a priori di eventuali nuovi rischi che potrebbero entrare in portafoglio dovuti all'immissione di prodotti in nuovi mercati

LUISS

Compito specifico della Funzione Attuariale

h. formula un parere sugli accordi di riassicurazione;

- Esprimere un parere sull'adeguatezza degli accordi di riassicurazione in essere sul portafoglio della Compagnia e su quelli eventualmente da sottoscrivere con il nuovo piano di riassicurazione sulla base delle seguenti analisi
  - Valutazioni tecniche e quantitative per valutare l'effetto di mitigazioni del rischio dovuto all'effetto riassicurativo al netto dell'aumento per rischio di controparte nei riguardi del riassicuratore
  - Valutazioni di redditività lordo e netto riassicurazione dei nuovi prodotti
  - Controllo di congruità tra gli accordi di riassicurazioni sottoscritti dalla Compagnia e la politica di sottoscrizione globale dell'impresa ed i suoi obiettivi di *business*
  - Analisi di *back testing* sul beneficio atteso riassicurativo

Compito specifico della Funzione Attuariale

i. contribuisce ad applicare in modo efficace il sistema di gestione dei rischi, in particolare con riferimento alla modellizzazione dei rischi sottesa al calcolo dei requisiti patrimoniali e alla valutazione interna del rischio e della solvibilità che l'impresa effettua;

Supporto alla Compagnia con particolare riferimento alla funzione di *Risk Management* nella valutazione di:

- *Solvency Capital Requirement* in riferimento ai rischi attuariali di primo pilastro
- *Own Risk and Solvency Assessment* (ORSA) di secondo pilastro con particolare riferimento agli assorbimenti di capitale prospettici ed alla ripartizione dell'assorbimento di capitale per singola linea di business
- Supporto alla eventuale definizione del Modello Interno ed alla sua applicazione in riferimento ai rischi che impattano sulla valutazione delle riserve tecniche

LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Obiettivo e fasi di lavoro:

Valutare il profilo di rischio-rendimento per una Compagnia Danni sulla base dei dati a consuntivo al 31/12/2015 e del Piano Industriale per i successivi 4 esercizi.

In riferimento a tale valutazione sono state effettuate le seguenti valutazioni:

a. *Calcolo dell'utile al lordo e al netto della riassicurazione mediante lo sviluppo di un conto tecnico semplificato;*
b. *Calcolo del minimio margine di solvibilità in ottica Solvency II (SCR) alla data di valutazione ed in relazione ai futuri quattro esercizi;*
c. *Riallocazione per LoB e per tipologia di rischio del requisito patrimoniale di solvibilità della Compagnia;*
d. *Ottimizzazione della composizione del Piano Industriale al fine di massimizzare il rendimento atteso per i futuri anni dato un certo profilo di rischio*

LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Per tali analisi sono state assunte le seguenti ipotesi di budget (i valori sono in migliaia di euro):

LoB esercitate		
LoB 1	Medical Expenses	*Health*
LoB 2	Income Protection	
LoB 7	Fire	*Non-Life*
LoB 8	General Liabilities	
LoB 9	Credit and suretyship	

Combined Ratio					
Anno	2015	2016	2017	2018	2019
LoB 1	80%	80%	80%	80%	80%
LoB 2	95%	95%	90%	90%	90%
LoB 7	90%	90%	85%	85%	85%
LoB 8	110%	100%	95%	95%	95%
LoB 9	90%	93%	95%	95%	95%
Totale	**100%**	**94%**	**90%**	**90%**	**90%**

Premi di competenza Netto Riassicurazione					
Anno	2015	2016	2017	2018	2019
LoB 1	2.409	3.261	3.299	3.324	3.460
LoB 2	1.686	2.283	2.309	2.327	2.422
LoB 7	4.817	6.522	6.597	6.649	6.920
LoB 8	12.766	11.849	13.084	13.186	13.725
LoB 9	2.409	3.261	2.199	2.216	2.307
Totale	**24.087**	**27.176**	**27.488**	**27.702**	**28.834**

Premi di competenza Lordo Riassicurazione					
Anno	2015	2016	2017	2018	2019
LoB 1	4.598	5.188	5.248	5.288	5.505
LoB 2	3.219	3.632	3.673	3.702	3.853
LoB 7	9.197	10.376	10.495	10.577	11.009
LoB 8	24.371	27.496	27.812	28.029	29.174
LoB 9	4.598	5.188	5.248	5.288	5.505
Totale	**45.983**	**51.879**	**52.476**	**52.885**	**55.045**

Case Study: Tavola di conversione Rami ministeriali in Line of Business Solvency 2

Lines of Business		Ramo Ministeriale	Segment
1	Medical Expenses	1, 2	
2	Income Protection Insurance	1, 2	
3	Worker compensation Insurance	1, 2	
4	Motor Vehicle Liability Insurance	10, 12	1
5	Other Motor Insurance	3	2
6	Marine, aviation and transport insurance	4, 5, 6, 7, 11	3
7	Fire and other damage to property insurance	8, 9	4
8	General Liability Insurance	13	5
9	Credit and Suretyship Insurance	14, 15	6
10	Legal Expenses Insurance	17	7
11	Assistance	18	8
12	Miscellaneous financial loss	16	9

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Expense Ratio	10% per tutte le LoB e per tutti gli anni
Quota share	52% per tutti gli anni
Tasso di rendimento medio	3% per tutti gli anni
Patrimonio netto 31/12/2015	45.000

Distribuzione Assets	
Titoli azionari	10%
Titoli governativi	45%
Titoli corporate	30%
Partecipazioni	15%
Totale	**100%**

Per gli anni successivi si ipotizza che gli utili non vengano distribuiti ma reinvestiti nella Compagnia nella seguente composizione:

- 80% ad incremento degli assets
- 20% ad incremento della liquidità

Totale Assets					
Anno	2015	2016	2017	2018	2019
Assets	€ 114.040	€ 115.905	€ 118.647	€ 121.962	€ 125.344
Liquidità	€ 5.000	€ 5.466	€ 6.152	€ 6.980	€ 7.826

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

	2015	2016	2017	2018	2019
Riserva premi in entrata	179.879	154.403	153.483	155.653	157.815
Premi contabilizzati	20.507	50.959	54.647	55.047	57.204
Riserva premi in uscita	154.403	153.483	155.653	157.815	159.973
PREMI DI COMPETENZA	**45.983**	**51.879**	**52.476**	**52.885**	**55.045**
Sinistri pagati	2.134	2.247	2.176	2.193	2.283
Sinistri a riserva	39.228	41.301	40.004	40.316	41.963
Sinistri di competenza	**41.362**	**43.548**	**42.181**	**42.509**	**44.246**
Spese di competenza	**4.598**	**5.188**	**5.248**	**5.288**	**5.505**
SALDO LORDO RIASSICURAZIONE	**23**	**3.144**	**5.048**	**5.088**	**5.295**
Premi di competenza ceduti	23.911	24.902	25.189	25.385	26.422
Premi di competenza netto riass	**22.072**	**26.977**	**27.288**	**27.500**	**28.624**
Sinistri totali ceduti	21.508	22.645	21.934	22.105	23.008
Sinistri totali netto riass	**19.854**	**20.903**	**20.247**	**20.404**	**21.238**
Commissioni da riassicurazione	**1.913**	**1.992**	**2.015**	**2.031**	**2.114**
SALDO NETTO RIASSICURAZIONE	**- 467**	**2.879**	**3.809**	**3.838**	**3.995**
Delta netto lordo riass	- 490	- 265	- 1.240	- 1.249	- 1.300
Proventi da investimenti	**3.421**	**3.477**	**3.559**	**3.659**	**3.760**
Risultato prima delle imposte	2.954	6.356	7.368	7.497	7.755
Imposte sul reddito dell'esercizio	**812**	**1.748**	**2.026**	**2.062**	**2.133**
UTILE (PERDITA) DI ESERCIZIO	**2.142**	**4.608**	**5.342**	**5.435**	**5.623**

LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Macro Classe di Rischio	*Componenti SCR*	Metodologia adottata
Market Risk	*Interest Rate*	Driver: riserve tecniche, titoli obbligazionari
	Equity	Driver: azioni, partecipazioni, fondi
	Property	Rischio inesistente per la Compagnia
	Spread	Driver: titolo obbligazionari corporate
	Currency	Rischio inesistente per la Compagnia
	Concentration	Driver – tutti gli asset tranne i titoli governativi
Health Underwriting Risk	*Premium&Reserve Risk*	Calcolo puntuale
	Lapse Risk	Calcolo puntuale
	CAT Risk	Calcolo puntuale
Non - Life Underwriting Risk	*Premium&Reserve Risk*	Calcolo puntuale
	Lapse Risk	Calcolo puntuale
	CAT Risk	Calcolo puntuale
Default	*Type 1*	Driver – riserve riass. cedute; risk mitigation effect e liquidità
	Type 2	Calcolo puntuale: crediti con controparti senza rating
Operational		Calcolo puntuale

LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: SCR Non-Riallocato al Lordo e Netto della Riassicurazione

SCR_Netto Riassicurazione

		2015		2016		2017		2018		2019
Market	€	15.353	€	15.590	€	15.948	€	16.390	€	16.842
Default	€	887	€	857	€	856	€	872	€	896
Health	€	3.924	€	4.770	€	4.522	€	4.585	€	4.666
Non-life	€	13.420	€	13.124	€	13.036	€	13.360	€	13.541
Sum	€	33.585	€	34.342	€	34.362	€	35.207	€	35.946
Diversification	-€	9.385	-€	9.883	-€	9.758	-€	9.973	-€	10.164
BSCR	**€**	**24.200**	**€**	**24.459**	**€**	**24.605**	**€**	**25.234**	**€**	**25.782**
Operational	€	5.762	€	5.522	€	5.381	€	5.449	€	5.555
SCR	**€**	**29.961**	**€**	**29.981**	**€**	**29.986**	**€**	**30.683**	**€**	**31.337**

SCR_Lordo Riassicurazione

		2015		2016		2017		2018		2019
Market	€	15.353	€	15.590	€	15.948	€	16.390	€	16.842
Default	€	887	€	857	€	856	€	872	€	896
Health	€	7.424	€	9.031	€	8.552	€	8.672	€	8.826
Non-life	€	39.714	€	38.571	€	39.956	€	40.559	€	41.577
Sum	€	63.379	€	64.049	€	65.312	€	66.493	€	68.142
Diversification	-€	15.671	-€	16.850	-€	16.772	-€	17.103	-€	17.503
BSCR	**€**	**47.708**	**€**	**47.199**	**€**	**48.540**	**€**	**49.390**	**€**	**50.639**
Operational	€	5.762	€	5.522	€	5.381	€	5.449	€	5.555
SCR	**€**	**53.470**	**€**	**52.721**	**€**	**53.922**	**€**	**54.839**	**€**	**56.194**

LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Si consideri un portafoglio di n rischi $X_1, X_2, \ldots, X_n$, che si verificheranno in un'epoca T futura.

Il requisito di capitale per il singolo rischio i-esimo (RC_i) può essere così determinato:

Requisito di Capitale Totale	**Haircut Allocation Principle**	$RC_i = \frac{TRC}{\sum_{j=1}^{n} F_{X_j}^{-1}(p)} F_{X_i}^{-1}(p),$	$i = 1, \ldots, n.$	Requisito di Capitale dell'i-esimo rischio Somma dei requisiti di capitale degli n rischi
Requisito di Capitale Totale	**The covariance allocation principle**	$RC_i = \frac{TRC}{Var[AL]} Cov[X_i, AL],$	$i = 1, \ldots, n.$	Covarianza tra rischio i-esimo e il totale dei rischi Varianza legata alla somma dei rischi

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Per l'allocazione del capitale nei vari moduli di rischio principali è stato applicato il principio Hair Cut.

Modulo di rischio	Metodo di allocazione
Market	Hair Cut
Default	Hair Cut
Health	Hair Cut
Non-life	Hair Cut
Operational	Hair Cut

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Per l'allocazione del capitale nei vari sotto-moduli di rischio sono stati applicati diversi principi di calcolo (per esempio l'UWR tra Lapse, Cat e Premium&Reserve):

Secondo il principio della Covarianza, il SCR riallocato per la LoB i-esima ***SCR(i | BSCR)*** *è uguale a:*

$$\boldsymbol{SCR}(\boldsymbol{i}|\boldsymbol{BSCR}) = BSCR\,\frac{Cov(X_i\,;X)}{\sigma^2(X)}$$
$$= 3\sigma(X)\frac{\sum_j \sigma_i\sigma_j\rho_{ij}}{\sigma^2(X)}$$
$$= \sigma(X)\frac{9\sum_j \sigma_i\sigma_j\rho_{ij}}{3\sigma^2(X)}$$
$$= \frac{\sum_j SCR_i SCR_j \rho_{ij}}{BSCR}$$

Matrice di Correlazione

BSCR	Market	Default	Life	Health	Non-life
Market	100%	25%	25%	25%	25%
Default	25%	100%	25%	25%	50%
Life	25%	25%	100%	25%	0%
Health	25%	25%	25%	100%	0%
Non-life	25%	50%	0%	0%	100%

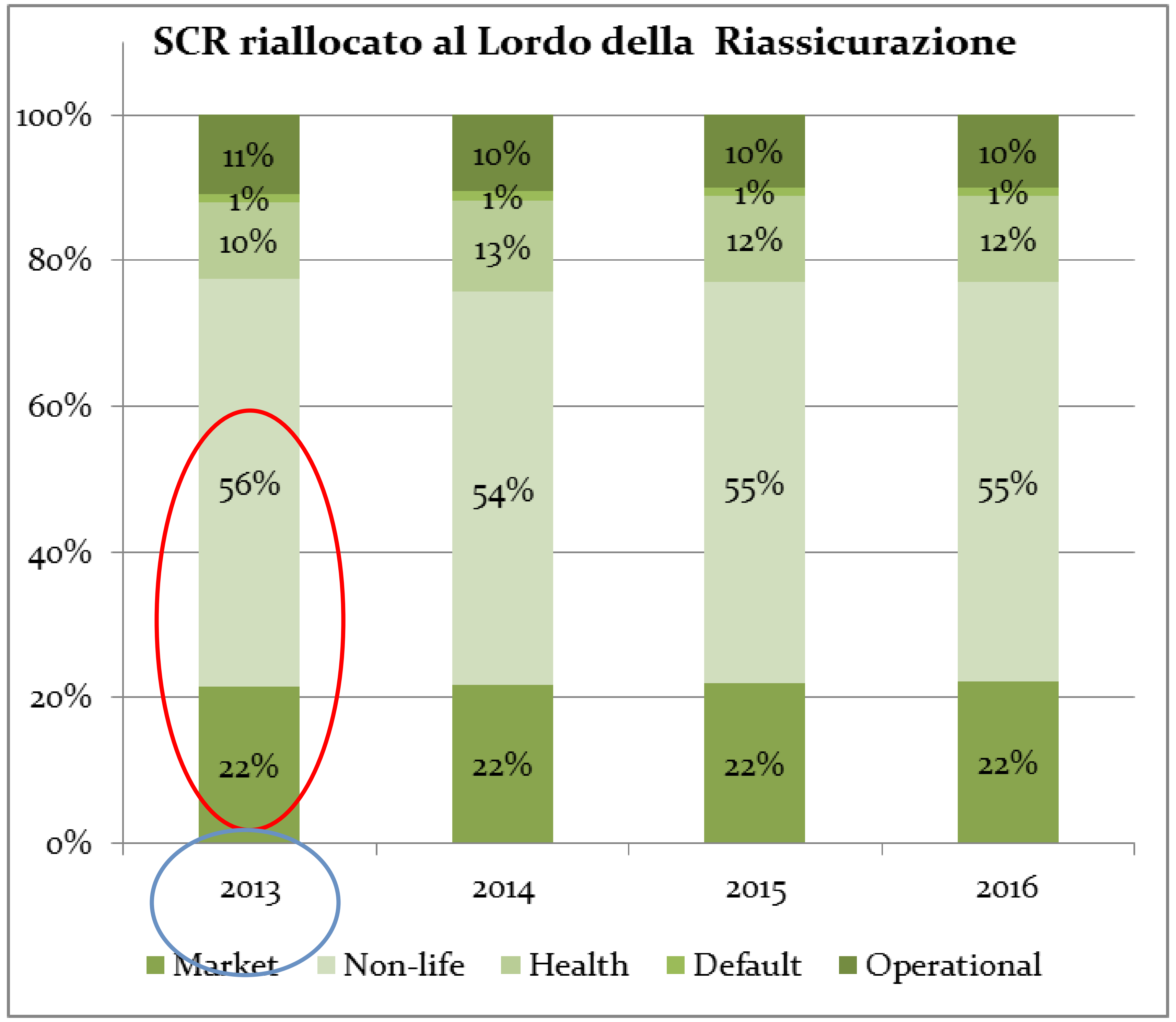
Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

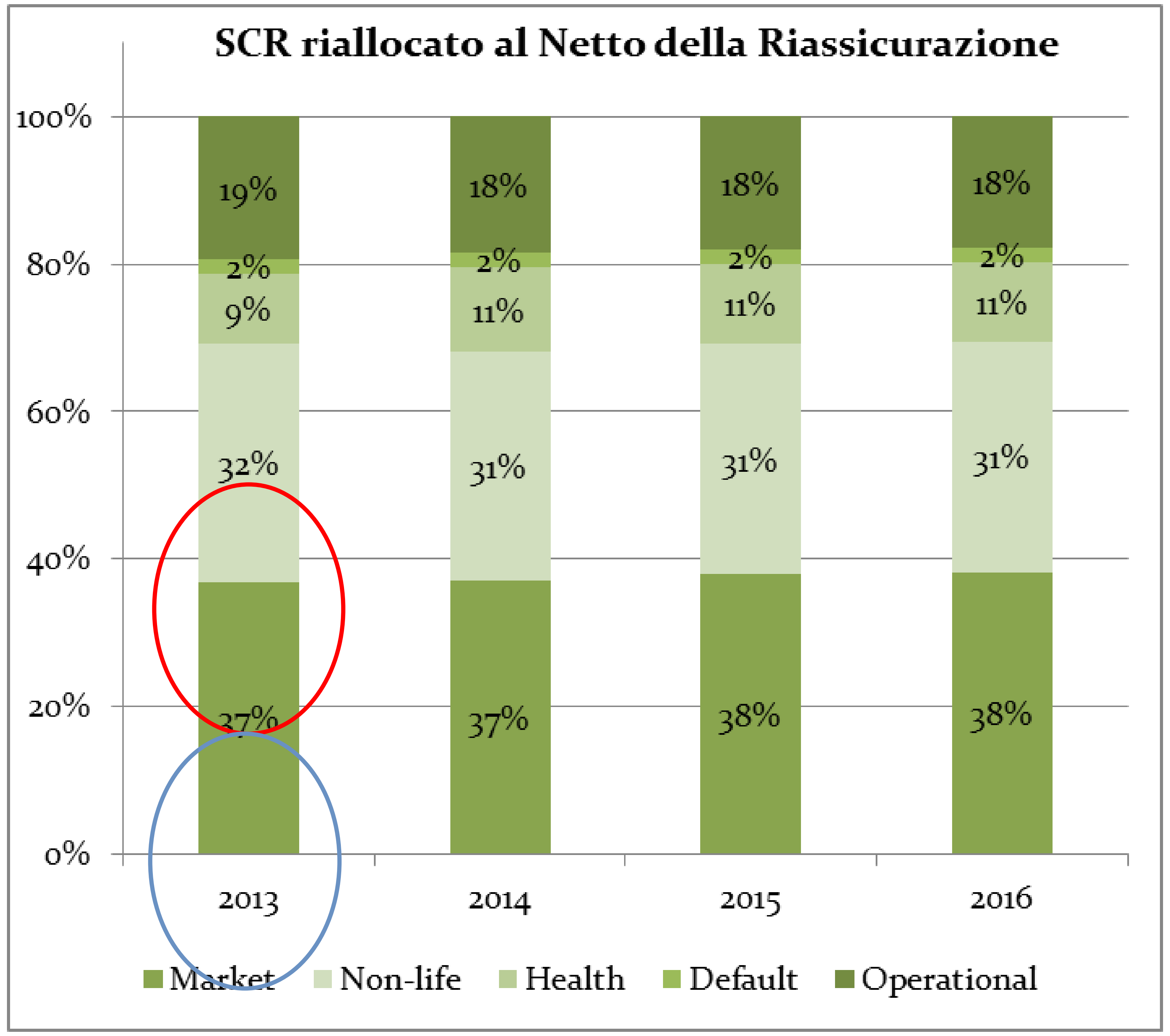
Netto Riassicurazione		2015	2016	2017	2018	2019
SCR NON riallocato	Market	15.353	15.590	15.948	16.390	16.842
	Default	887	857	856	872	896
	Health	3.924	4.770	4.522	4.585	4.666
	Non-life	13.420	13.124	13.036	13.360	13.541
	Operational	5.762	5.522	5.381	5.449	5.555
	Sum	€ 39.347	€ 39.864	€ 39.744	€ 40.656	€ 41.502
	Diversification	- 9.385	- 9.883	- 9.758	- 9.973	- 10.164
	SCR	€ 29.961	€ 29.981	€ 29.986	€ 30.683	€ 31.337
SCR riallocato	Market	11.063	11.104	11.419	11.747	12.080
	Default	630	611	613	625	643
	Health	2.828	3.398	3.238	3.286	3.347
	Non-life	9.670	9.347	9.335	9.575	9.712
	Operational	5.762	5.522	5.381	5.449	5.555
	Totale	€ 29.961	€ 29.981	€ 29.986	€ 30.683	€ 31.337

Lordo Riassicurazione		2015	2016	2017	2018	2019
SCR NON riallocato	Market	15.353	15.590	15.948	16.390	16.842
	Default	887	857	856	872	896
	Health	7.424	9.031	8.552	8.672	8.826
	Non-life	39.714	38.571	39.956	40.559	41.577
	Operational	5.762	5.522	5.381	5.449	5.555
	Sum	€ 69.140	€ 69.571	€ 70.694	€ 71.942	€ 73.697
	Diversification	- 15.671	- 16.850	- 16.772	- 17.103	- 17.503
	SCR	€ 53.470	€ 52.721	€ 53.922	€ 54.839	€ 56.194
SCR riallocato	Market	11.557	11.489	11.852	12.174	12.516
	Default	668	632	636	648	666
	Health	5.589	6.655	6.356	6.441	6.559
	Non-life	29.895	28.424	29.695	30.127	30.898
	Operational	5.762	5.522	5.381	5.449	5.555
	Totale	€ 53.470	€ 52.721	€ 53.922	€ 54.839	€ 56.194

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Per l’allocazione del capitale nei vari moduli di rischio sono stati applicati diversi principi di calcolo:





Il requisito patrimoniale Non-Life e Market sono quelli che maggiormente impattano sul business della Compagnia

LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Allocazione del capitale per LoB 2015 al Netto ed al Lordo della Riassicurazione – Market, Default e Operational (allocazione con driver) – singolo sottomoduli di Non-Life e Health allocati con principio di varianza/covarianza)

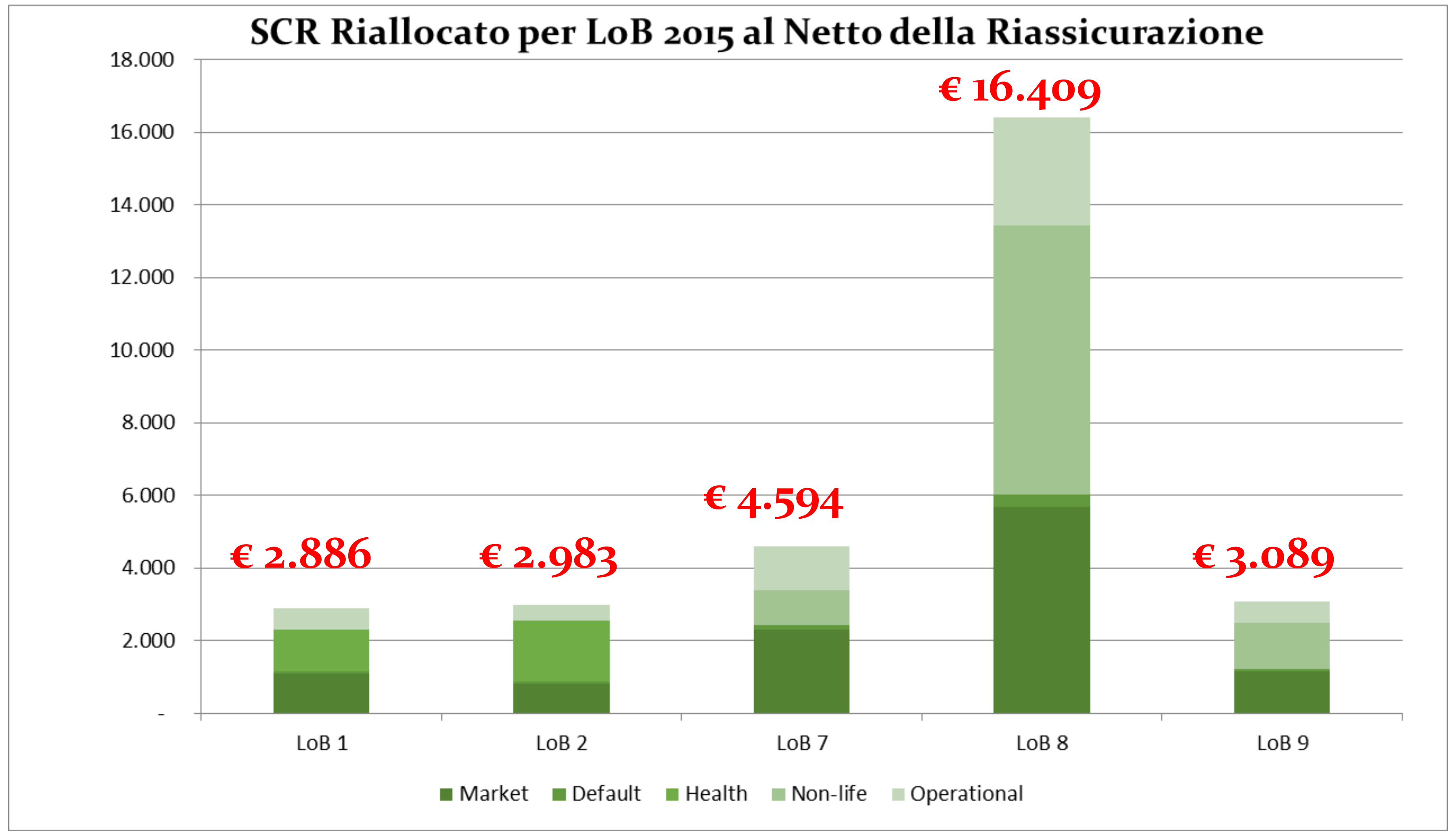
Anno 2015 - Lordo Riassicurazione							
SCR	SCR non riallocato	SCR riallocato	LoB 1	LoB 2	LoB 7	LoB 8	LoB 9
Market	15.353	11.557	1.158	856	2.402	5.940	1.201
Default	887	668	67	50	139	343	69
Health	7.424	5.589	2.245	3.344	-	-	-
Non-life	39.714	29.895	-	1	4.453	23.342	2.101
Operational	5.762	5.762	577	427	1.198	2.961	599
SCR	**€ 53.470**	**€ 53.470**	**€ 4.047**	**€ 4.676**	**€ 8.192**	**€ 32.585**	**€ 3.970**

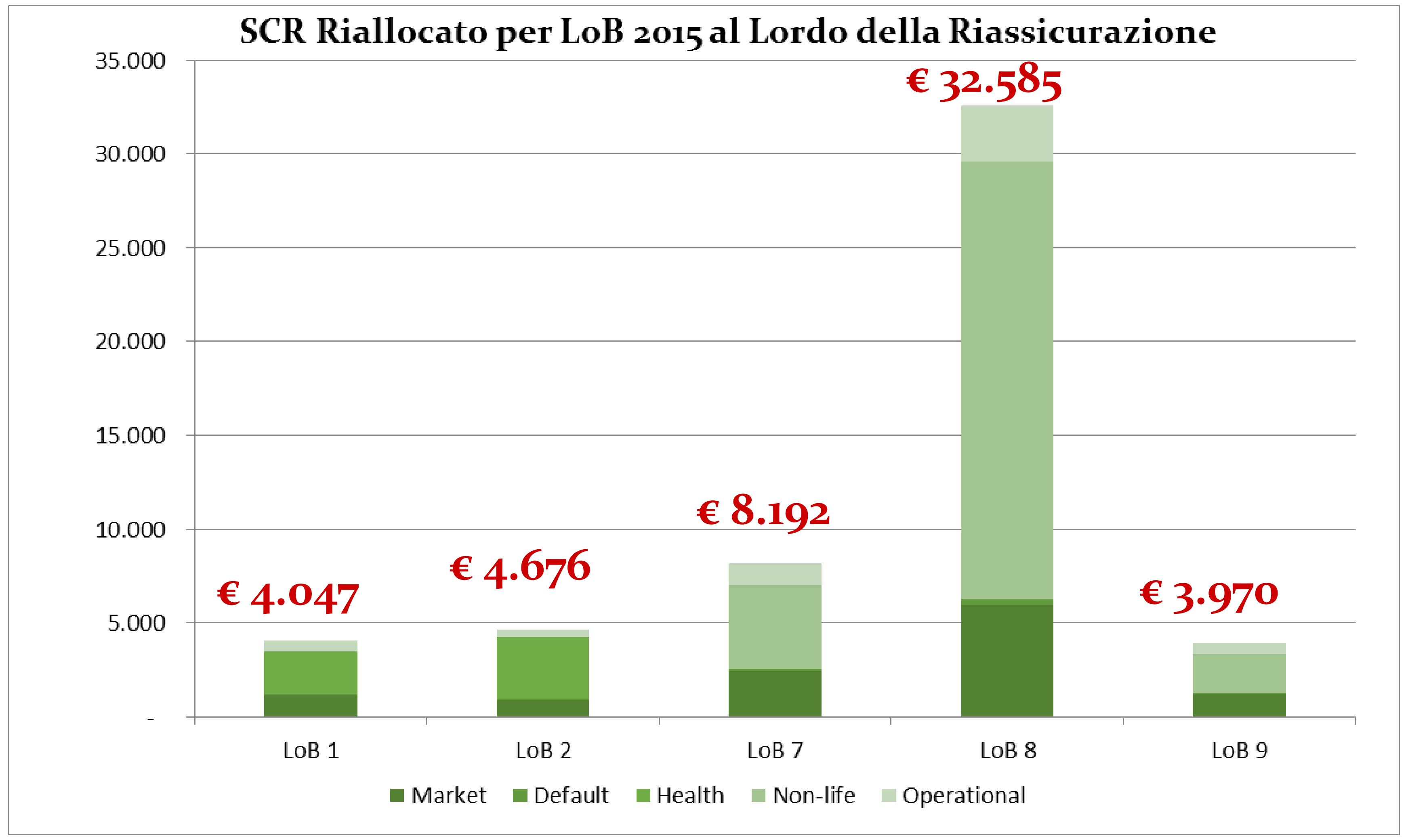
Anno 2015 - Netto Riassicurazione							
SCR	SCR non riallocato	SCR riallocato	LoB 1	LoB 2	LoB 7	LoB 8	LoB 9
Market	15.353	11.063	1.109	818	2.297	5.691	1.148
Default	887	639	64	47	133	328	67
Health	3.924	2.828	1.136	1.691	-	-	-
Non-life	13.420	9.670	-	-	966	7.429	1.275
Operational	5.762	5.762	577	427	1.198	2.961	599
SCR	**€ 29.961**	**€ 29.961**	**€ 2.886**	**€ 2.983**	**€ 4.594**	**€ 16.409**	**€ 3.089**

LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Allocazione del capitale per LoB 2015 al Netto ed al Lordo della Riassicurazione





Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Risultati Finali – Giudizio su efficienza riassicurativa

Utile Tecnico Lordo Riassicurazione	€ 23	€ 3.144	€ 5.048	€ 5.088	€ 5.295
Utile Tecnico Netto Riassicurazione	-€ 467	€ 2.879	€ 3.809	€ 3.838	€ 3.995
SCR Tecnico Lordo Riassicurazione	35.483	35.078	36.052	36.568	37.456
SCR Tecnico Netto Riassicurazione	12.498	12.745	12.572	12.862	13.059
Utile Tecnico/ SCR Tecnico Lordo Riassicurazione	0,06%	8,96%	14,00%	13,91%	14,14%
Utile Tecnico/ SCR Tecnico Netto Riassicurazione	-3,74%	22,59%	30,29%	29,84%	30,59%
Utile di Esercizio/SCR	**7,15%**	**15,37%**	**17,81%**	**17,71%**	**17,94%**

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Problema di ottimizzazione

Obiettivo:

Massimizzare la redditività del portafoglio attraverso una procedura di ottimizzazione ipotizzando una potenziale variazione della composizione del portafoglio assicurativo basandosi, nelle scelte, anche sulle risultanze in termini di evoluzione dei rapporti Utile/SCR per singola LoB.

A tal fine si sono imposti i seguenti vincoli:

- Variazione massima del 20% dei premi in aumento o in diminuzione per singola LoB rispetto al budget prefissato senza considerazioni di risk capital;
- Totale complessivo dei premi inalterato a livello di portafoglio;
- Solvency Ratio della Compagnia maggiore del 110%.

Definizione del Risk Appetite

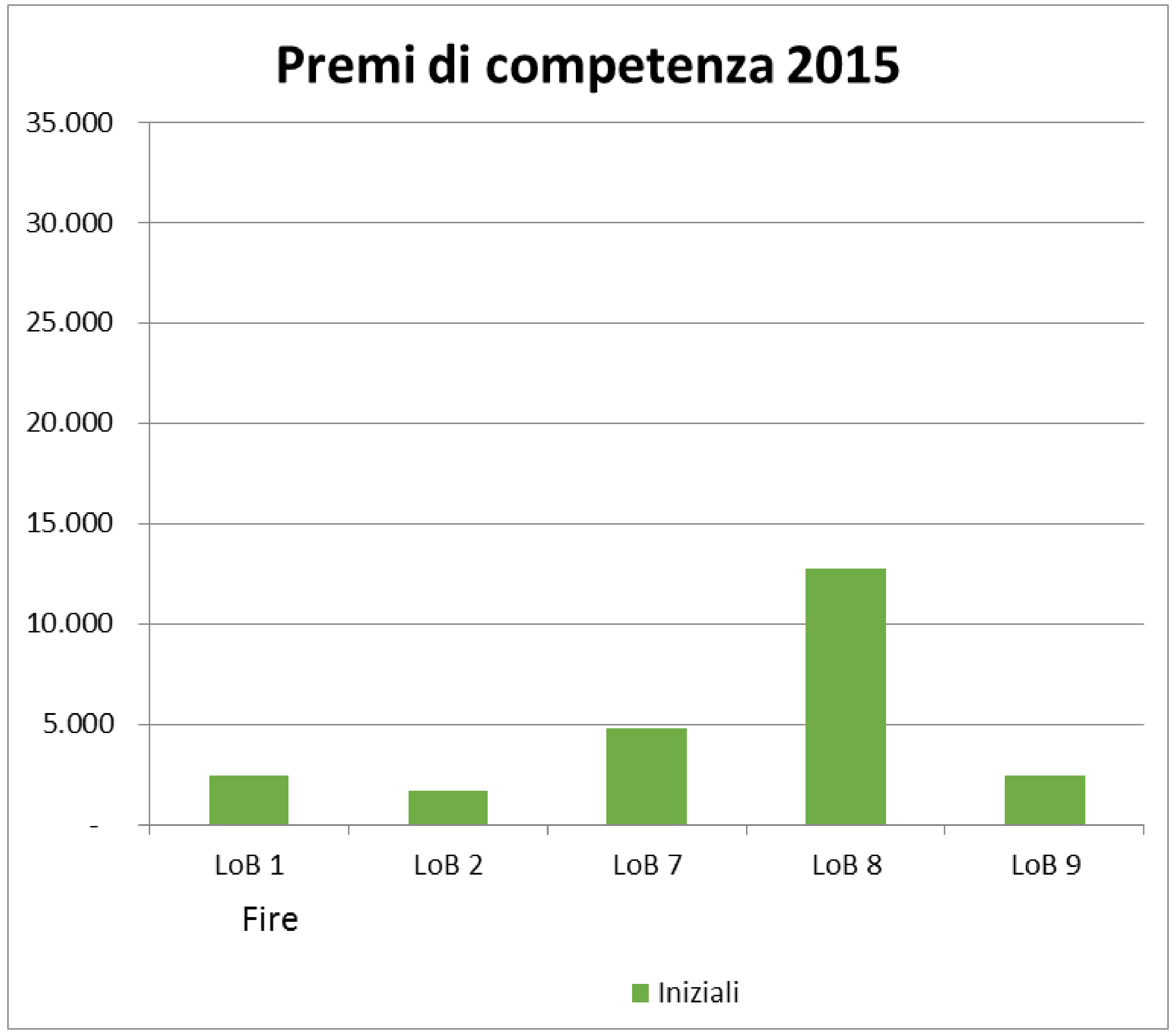
Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

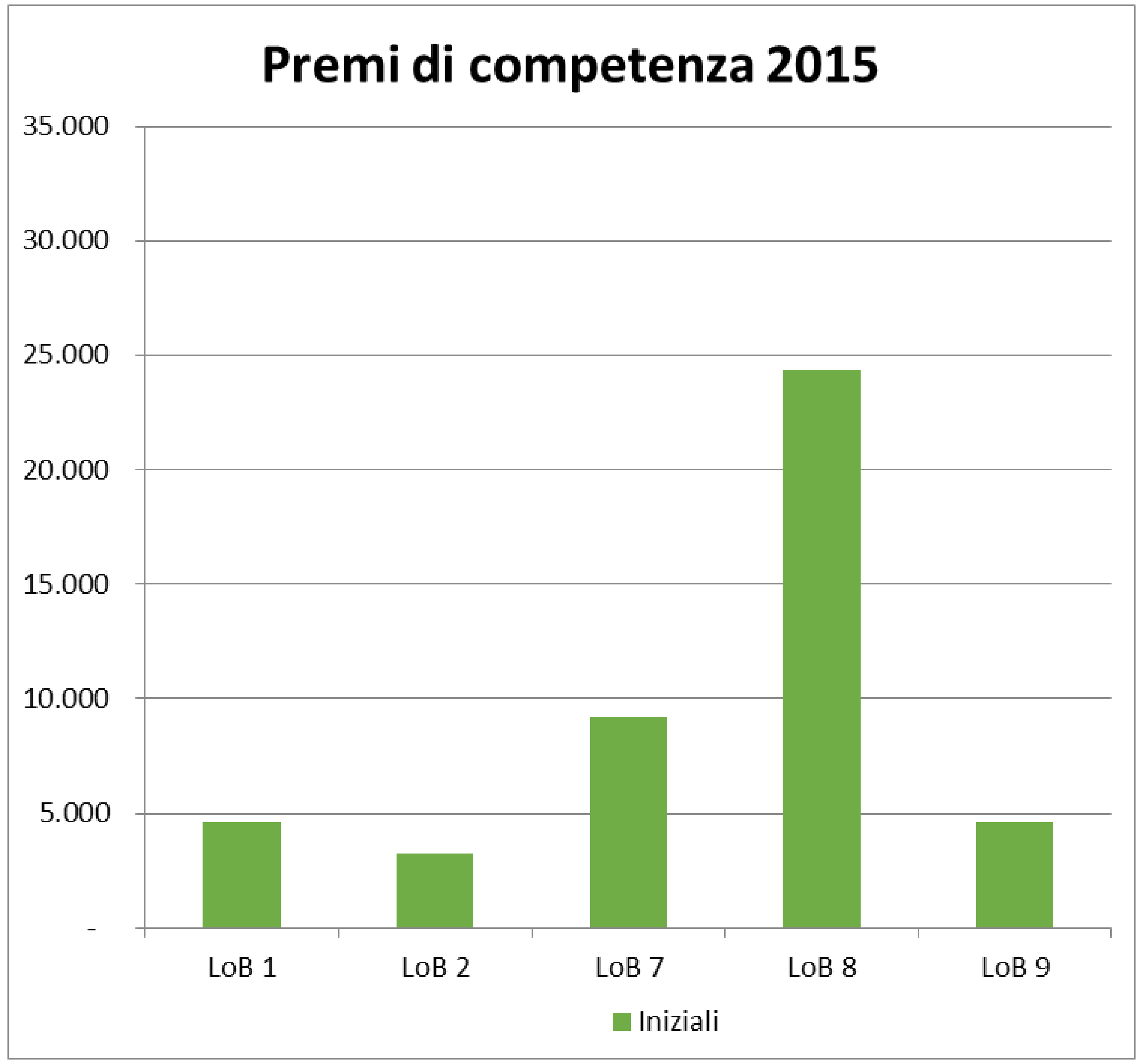
Case Study: Risultati al Netto ed al Lordo della Riassicurazione

Dati a consuntivo

Netto Riassicurazione

Lordo Riassicurazione





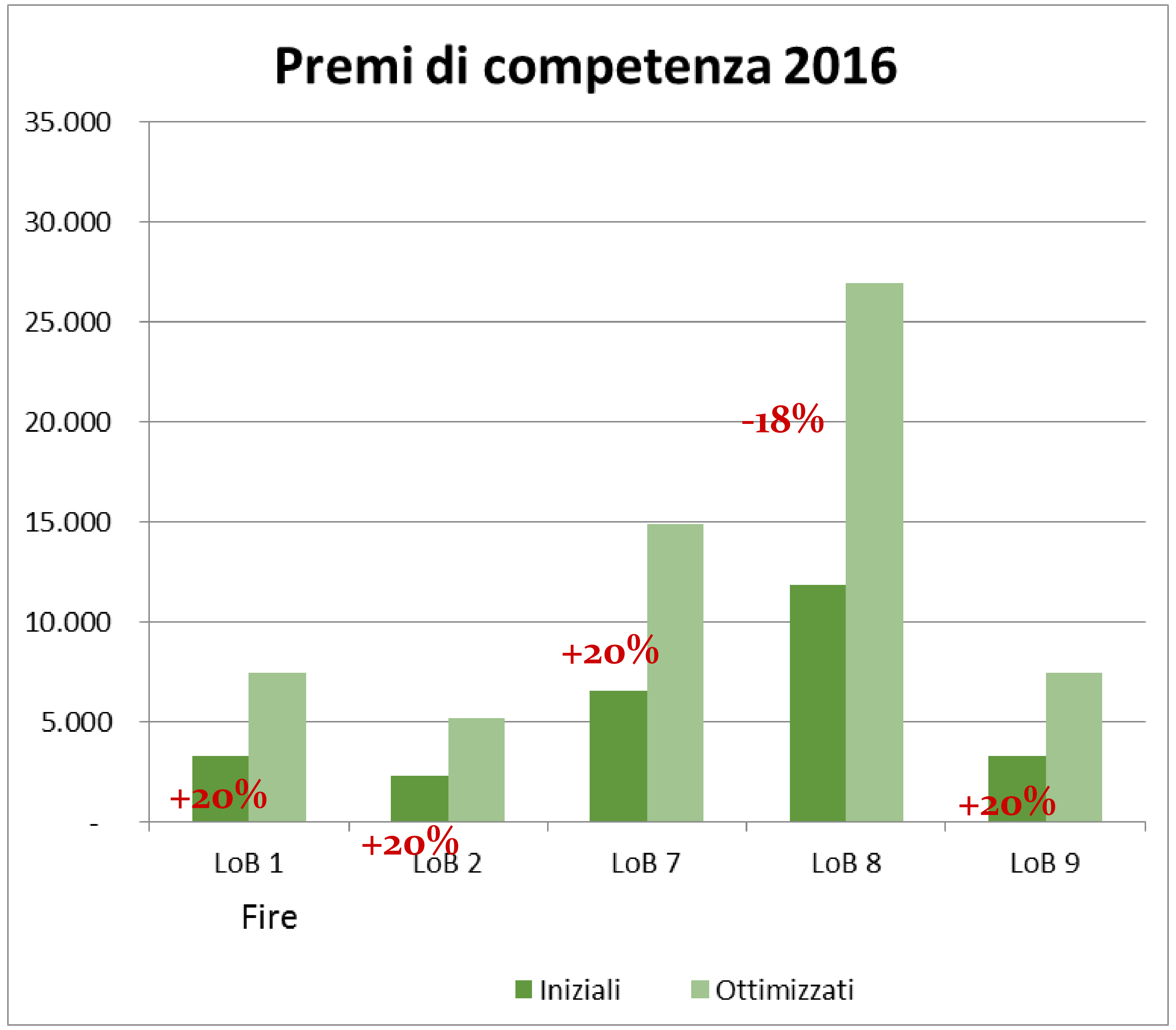
LUISS

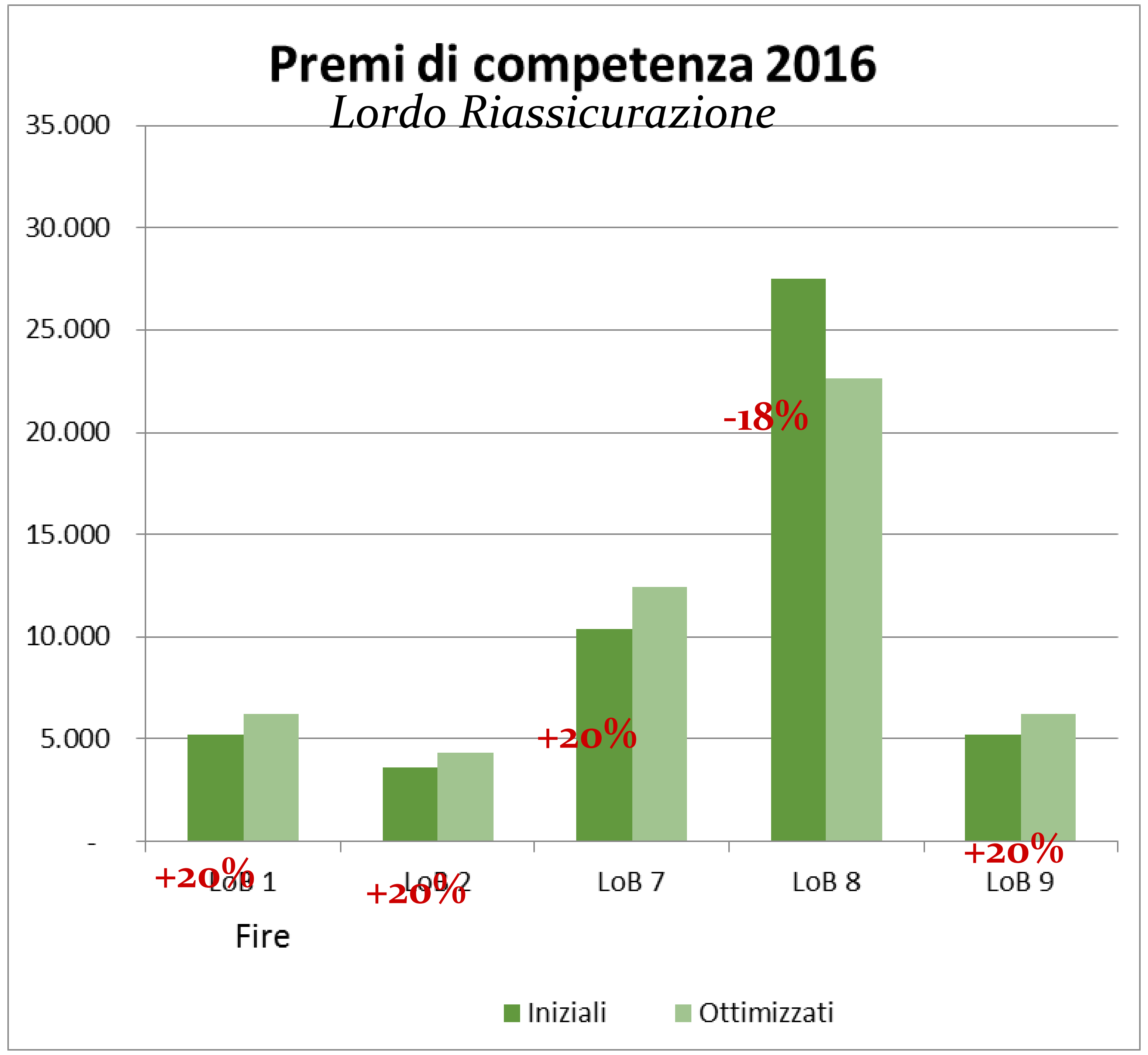
Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Risultati

Nuovo mix di portafoglio a favore delle ***LoB 1, 2, 7 e 9.***

Netto Riassicurazione





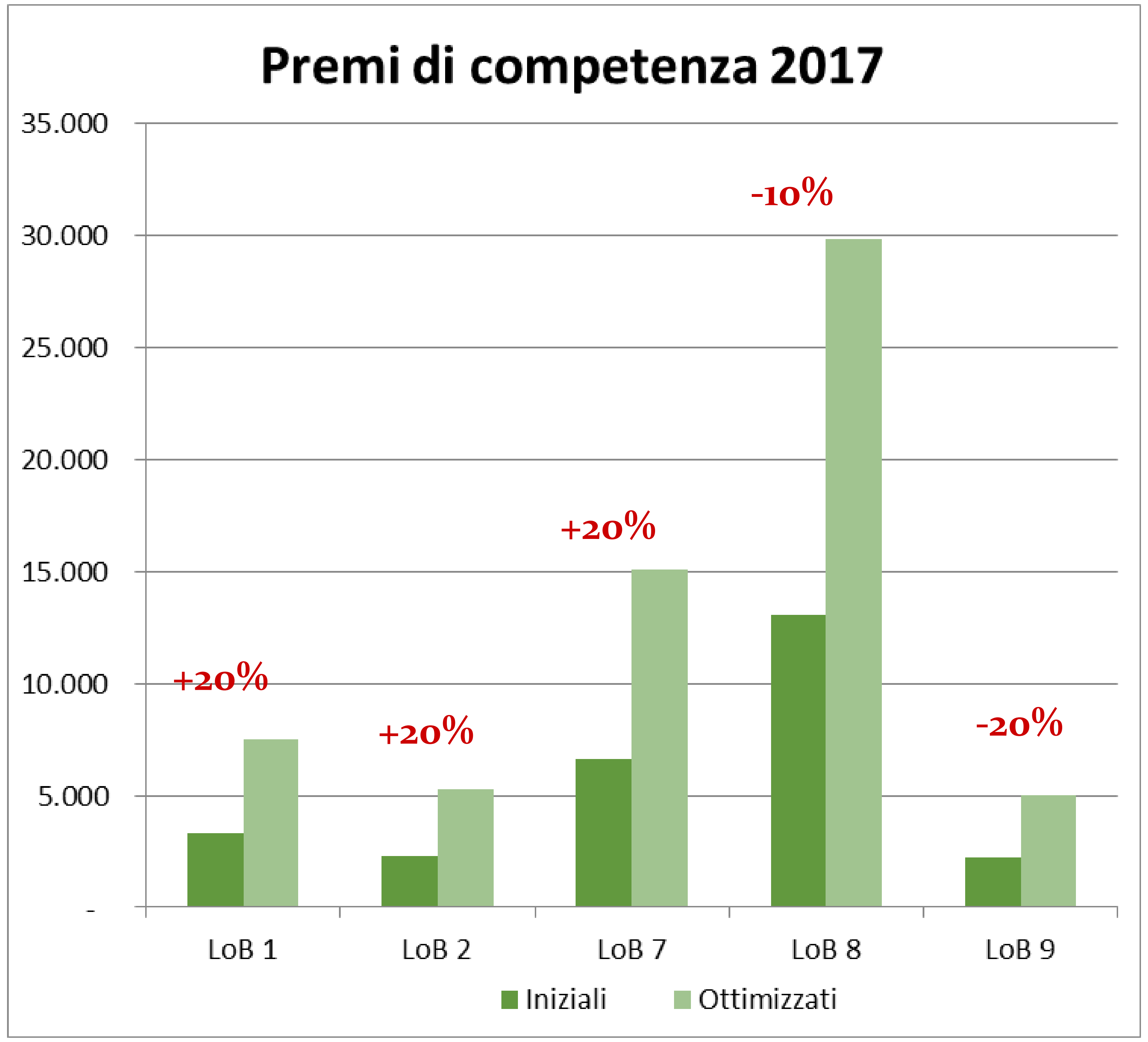
Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Risultati

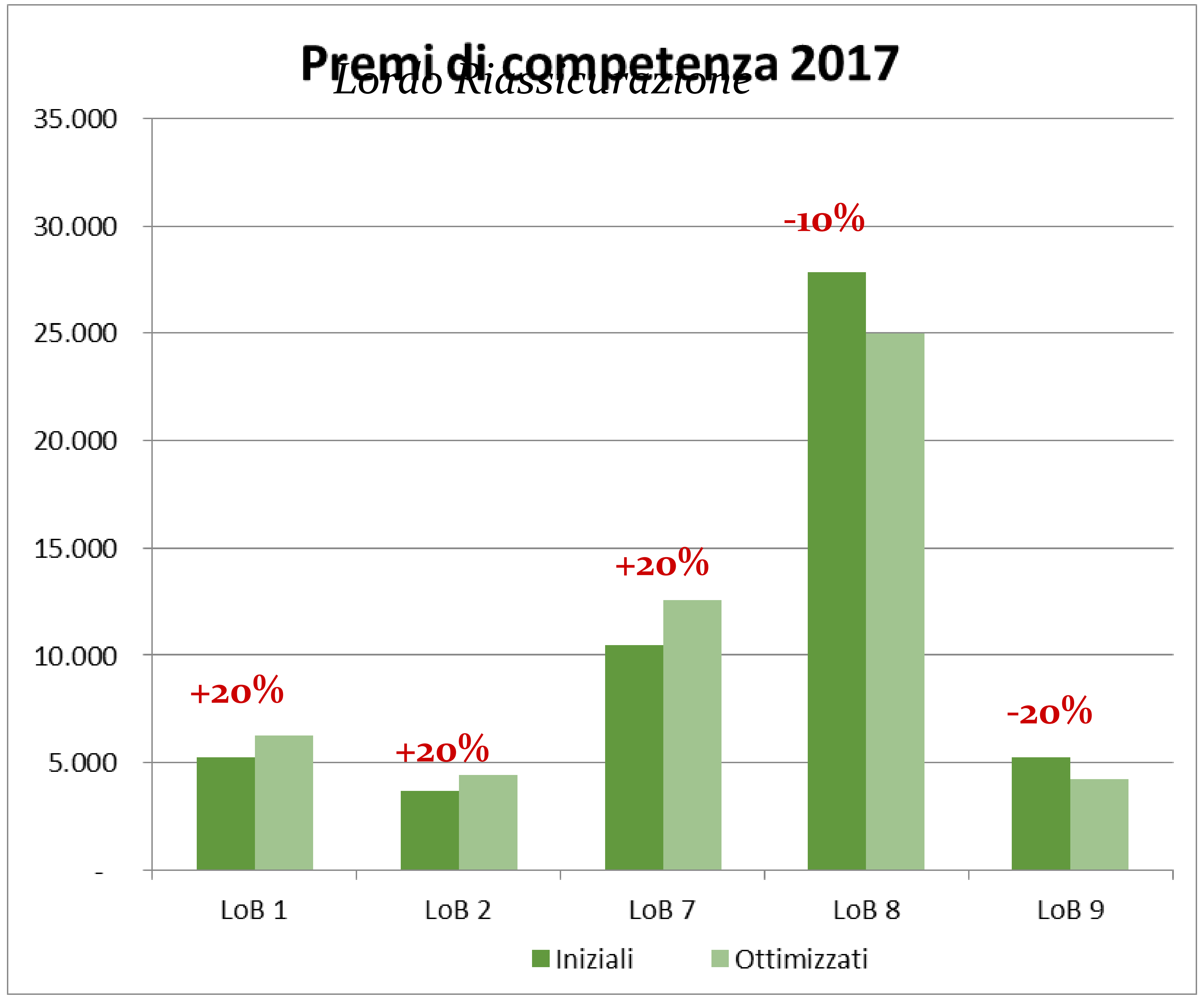
Nuovo mix di portafoglio a

*favore delle **LoB 1, 2, 7.***

Netto Riassicurazione



Lordo Riassicurazione



LUISS

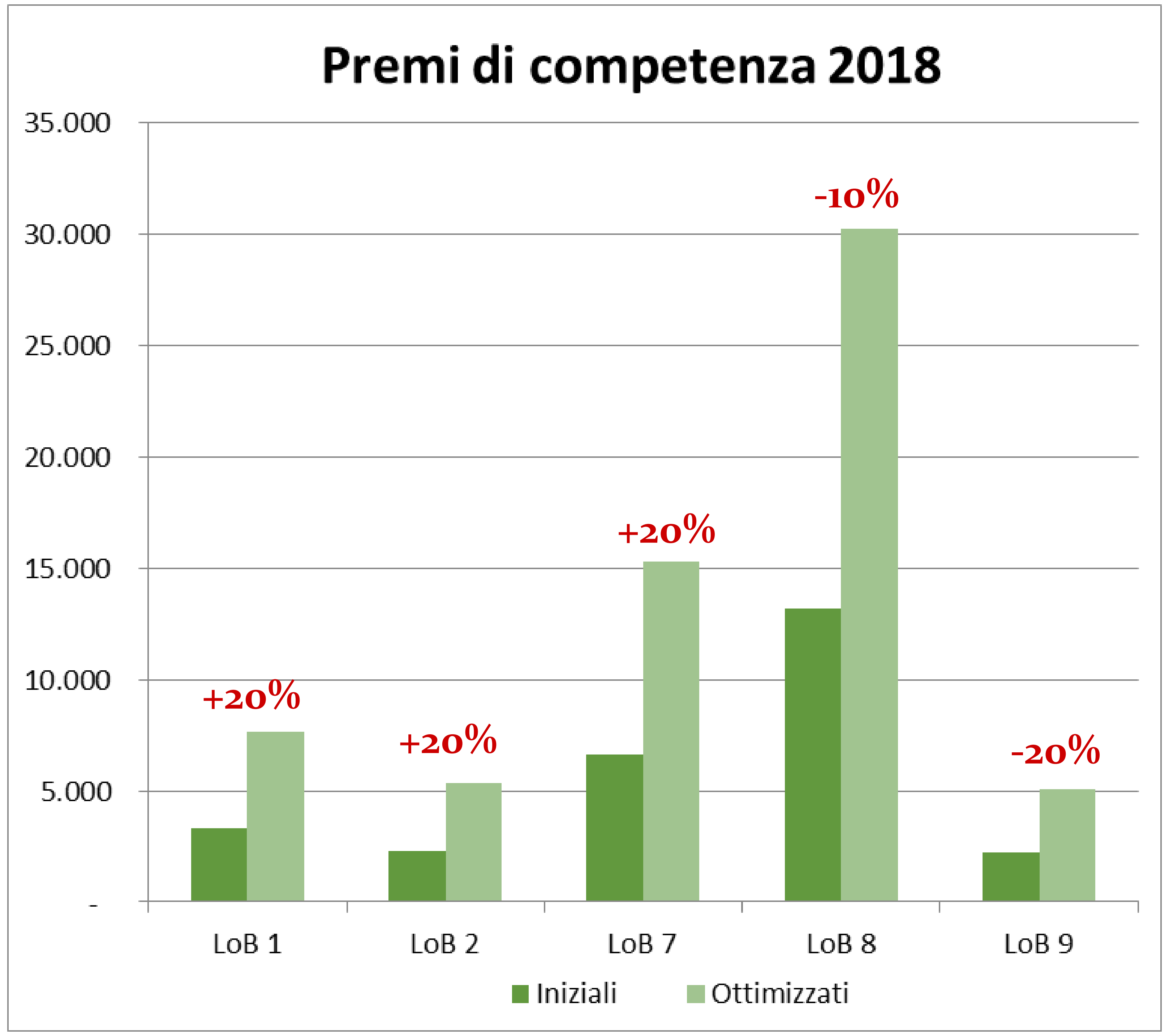
Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

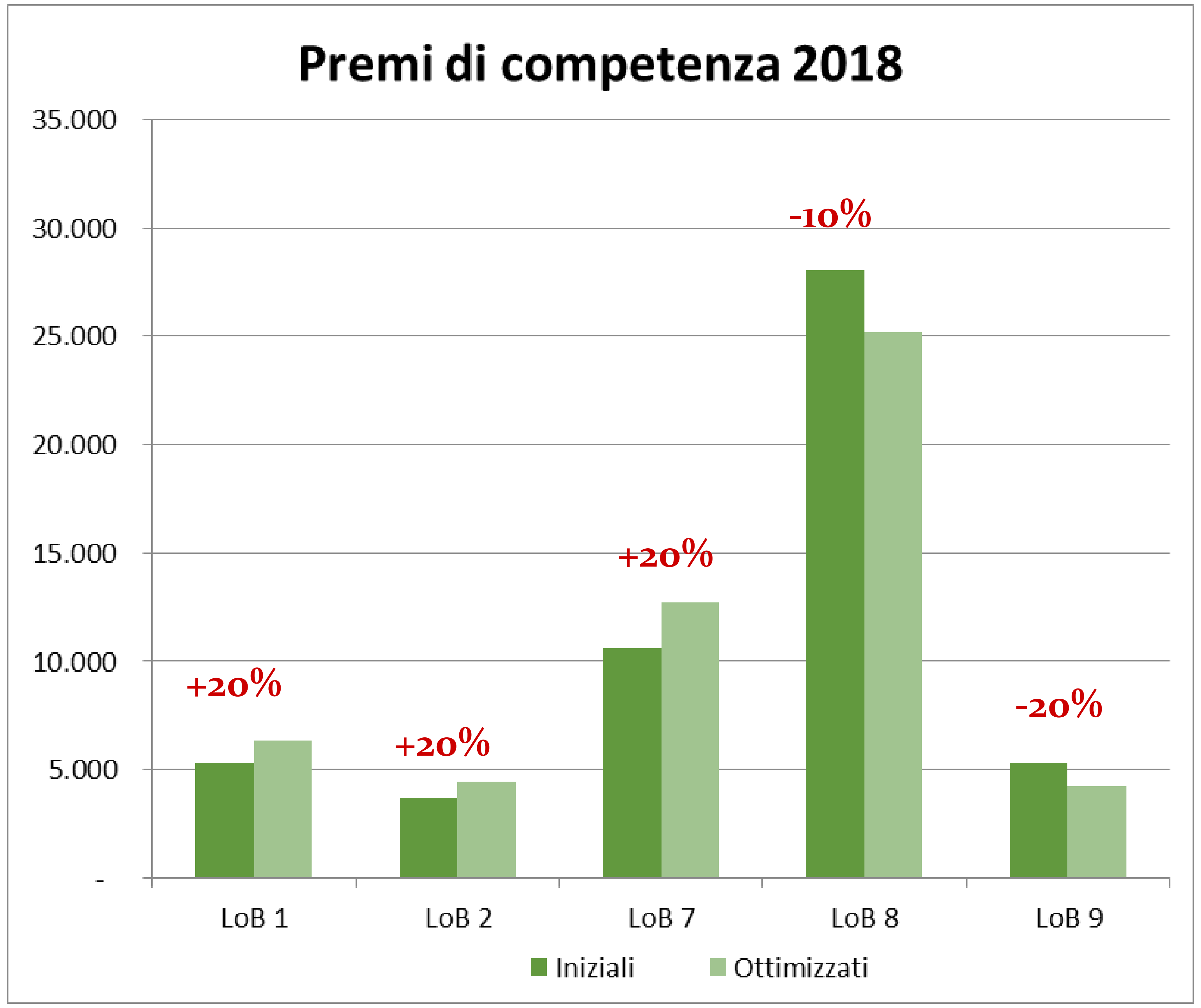
Case Study: Risultati

*Nuovo mix di portafoglio a favore delle **LoB 1, 2, 7.***

Netto Riassicurazione

Lordo Riassicurazione





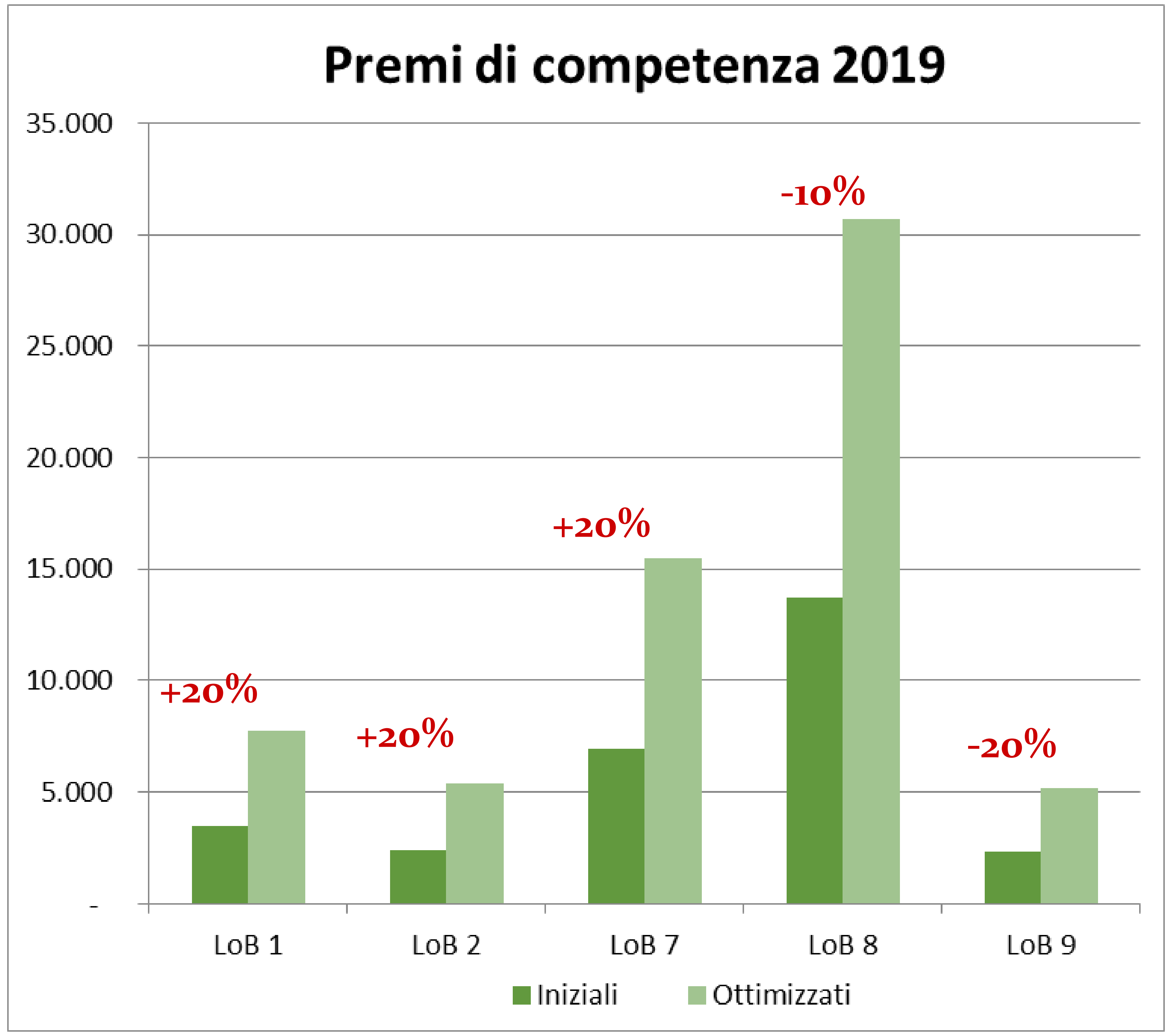
LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

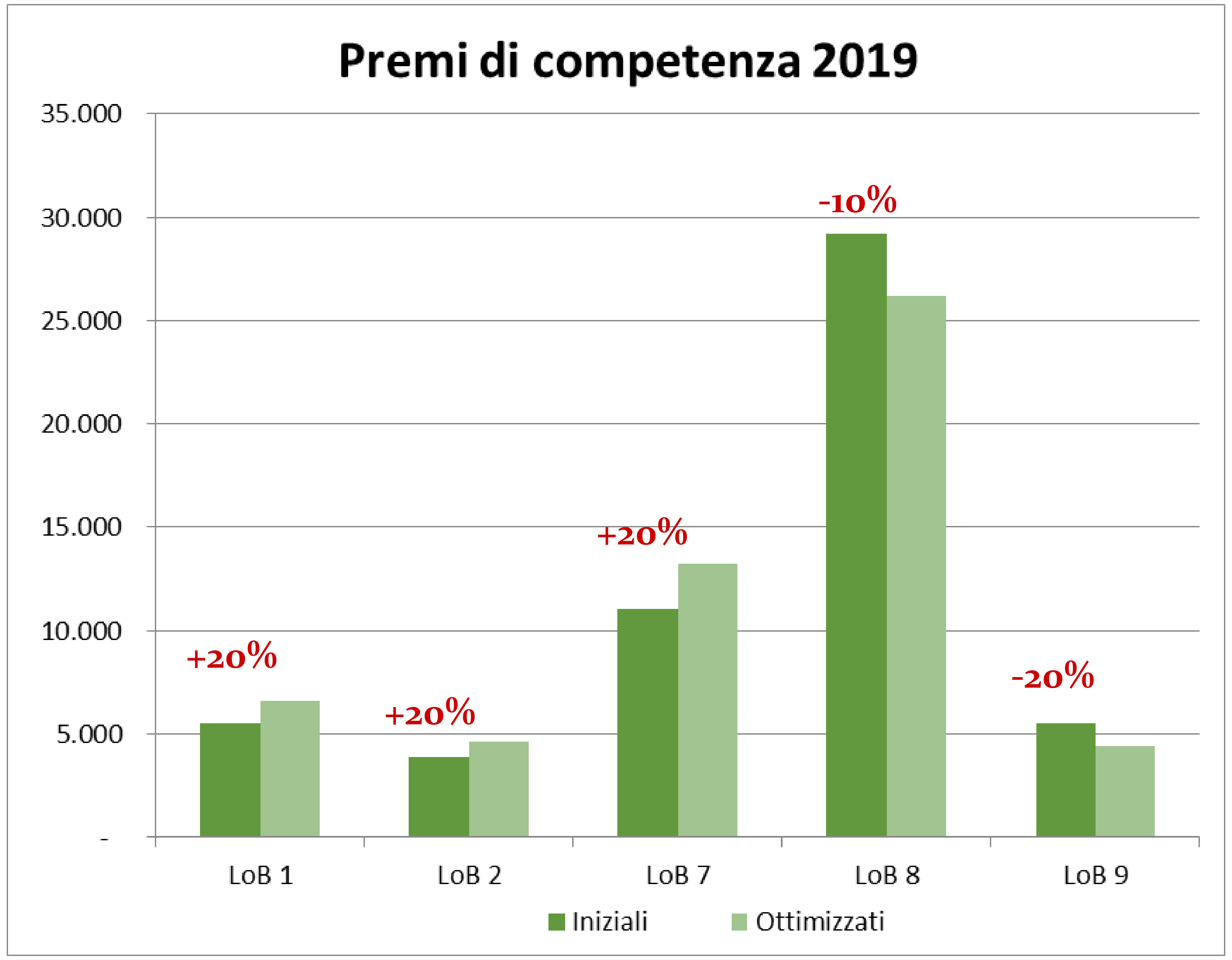
Case Study: Risultati

Nuovo mix di portafoglio a
favore delle ***LoB 1, 2, 7.***

Netto Riassicurazione



Lordo Riassicurazione

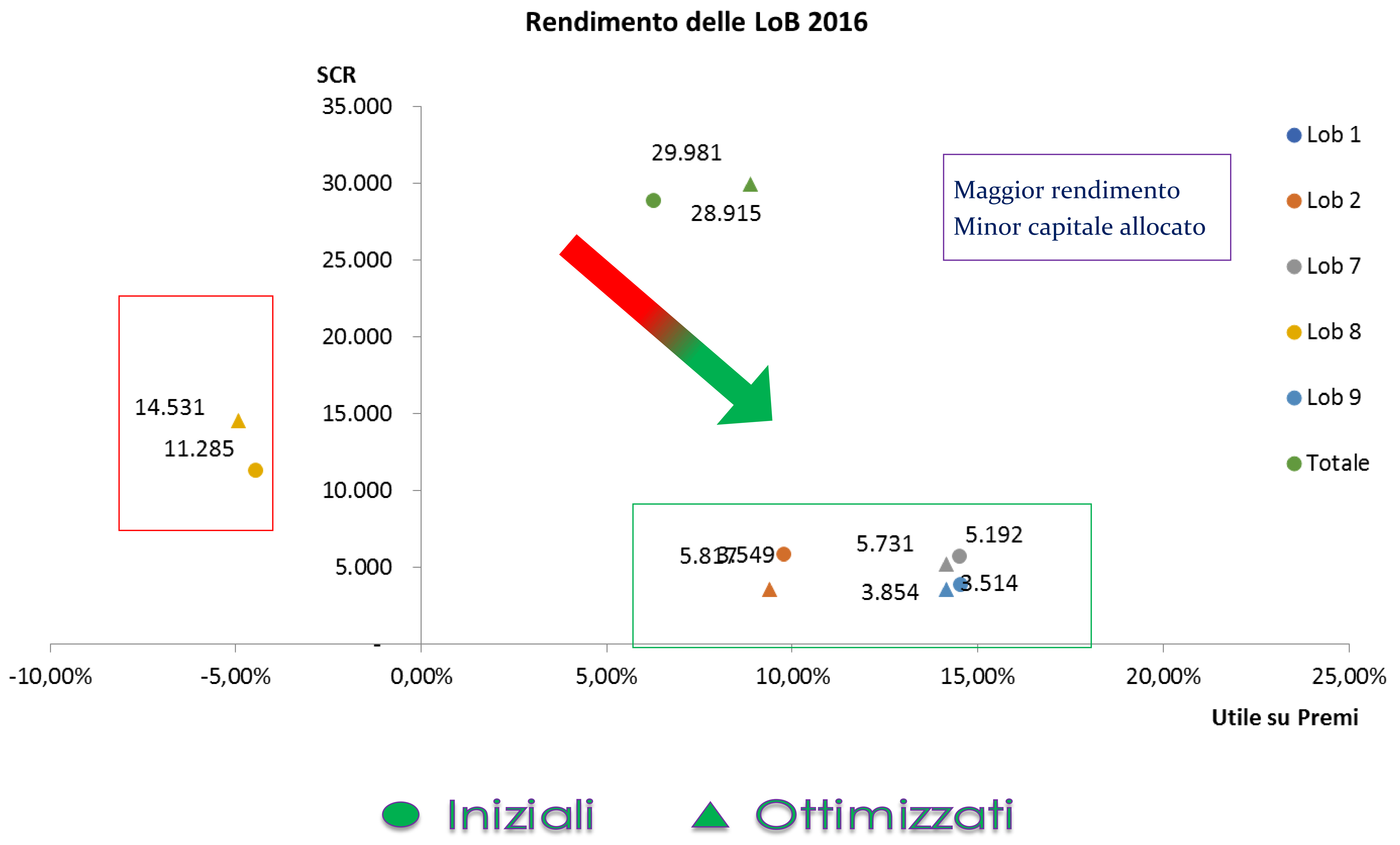


LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Risultati

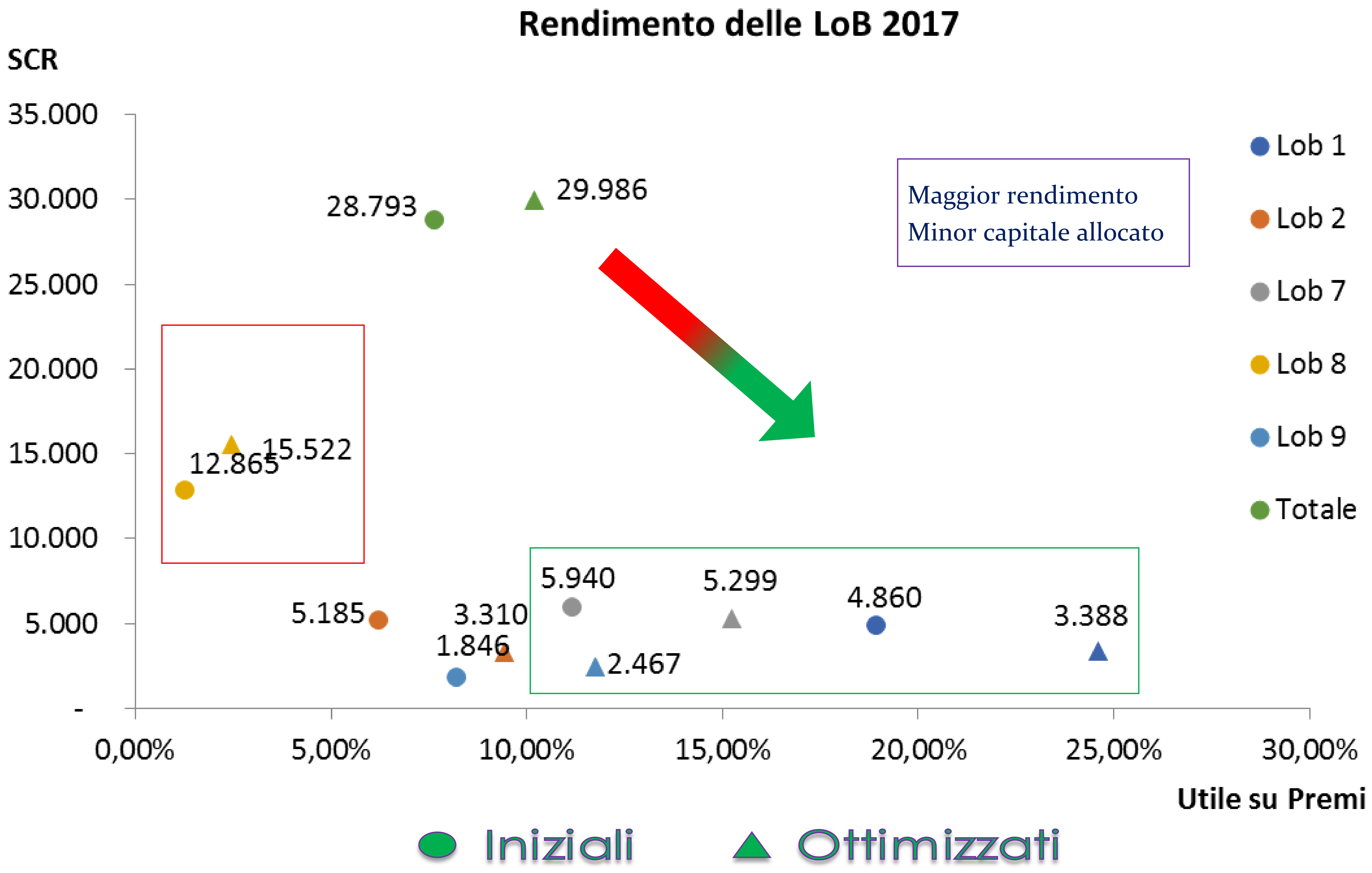
Rendimento al 2016 per LoB



Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Risultati

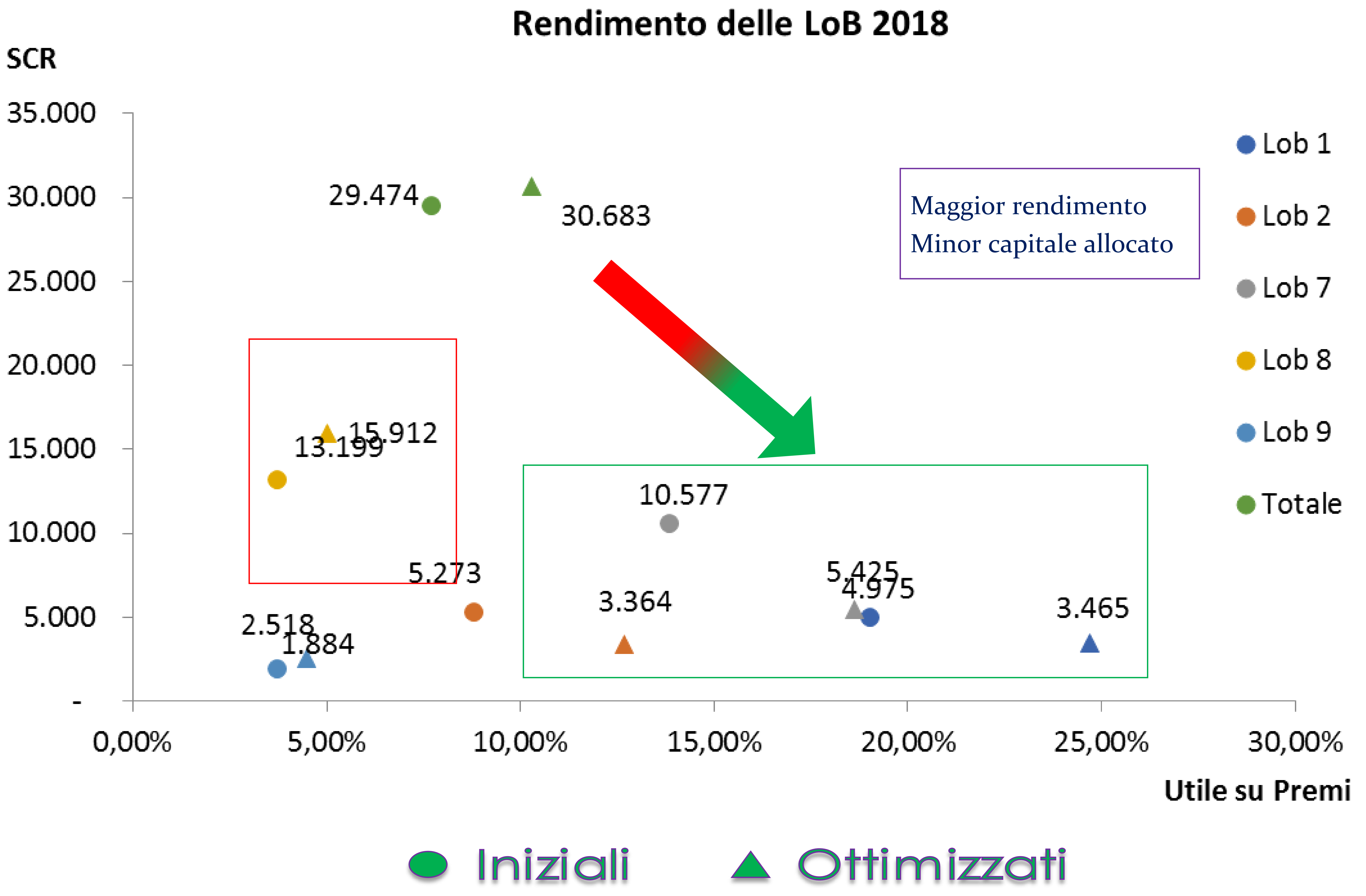
Rendimento al 2017 per LoB



Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Risultati

Rendimento al 2018 per LoB

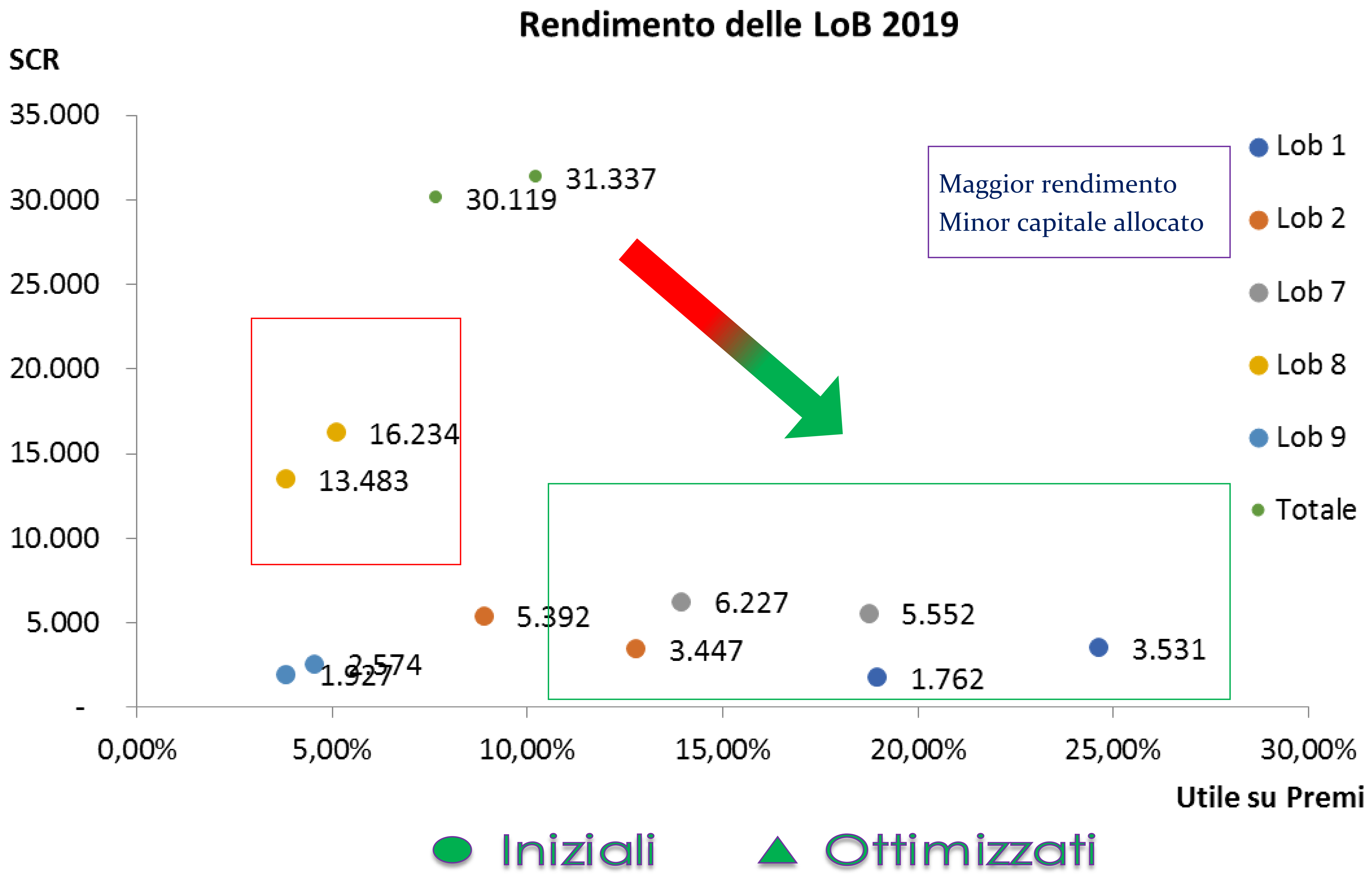


LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

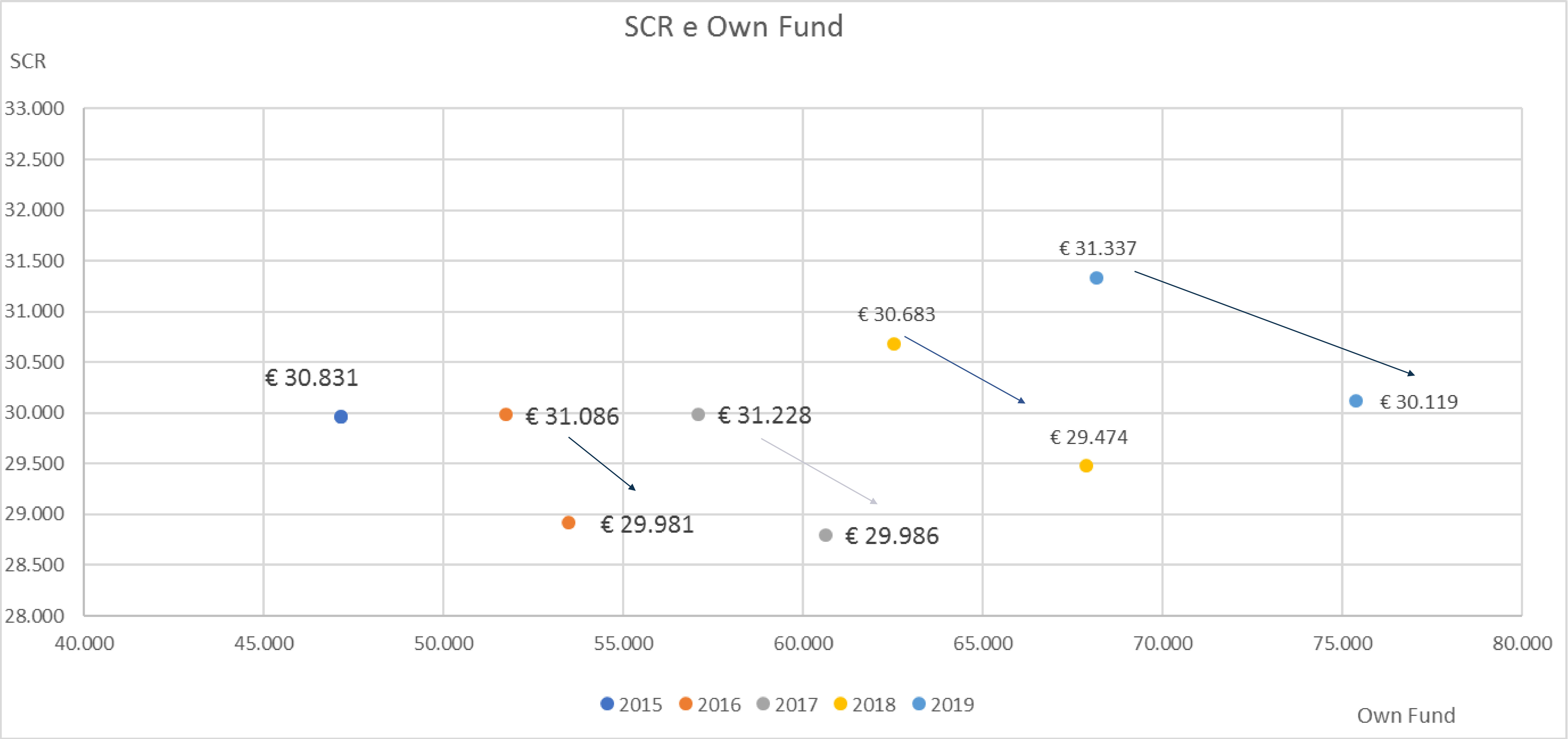
Case Study: Risultati

Rendimento al 2019 per LoB



Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Risultati



LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Case Study: Risultati

PRE - OTTIMIZZATO					
Anno	2015	2016	2017	2018	2019
Utile d'esercizio	**€ 2.142**	**€ 3.247**	**€ 4.001**	**€ 4.081**	**€ 4.211**
Own funds	€ 47.142	€ 51.750	€ 57.091	€ 62.527	€ 68.149
SCR	€ 29.961	€ 29.981	€ 29.986	€ 30.683	€ 31.337
SR	**157%**	**172,61%**	**190,39%**	**203,78%**	**217,47%**

OTTIMIZZATO					
Anno	2015	2016	2017	2018	2019
Utile d'esercizio	**€ 2.142**	**€ 4.608**	**€ 5.342**	**€ 5.435**	**€ 5.623**
Own funds	€ 47.142	€ 53.507	€ 60.639	€ 67.878	€ 75.386
SCR	€ 29.961	€ 28.915	€ 28.793	€ 29.474	€ 30.119
SR	**157%**	**185%**	**211%**	**230%**	**250%**

Variazioni percentuali ottimizzato/pre-ottimizzato					
Anno	2015	2016	2017	2018	2019
% Utile	-	**41,9%**	**33,5%**	**33,2%**	**33,5%**
% Own funds	-	3,4%	6,2%	8,6%	10,6%
% SCR	-	-3,6%	-4,0%	-3,9%	-3,9%
% SR	-	**7,2%**	**10,6%**	**13,0%**	**15,1%**

Dati a consuntivo

Utile massimizzato

SCR minimizzato

LUISS

Valutazione del profili di rischio-rendimento di una Compagnia

Cosa siamo riusciti a fare?

•Determinare un budget di vendita per raggiungere un certo rendimento dato un profilo di rischio prescelto

•Dividere i rischi tra quelli che riusciamo a “gestire” in modo attivo e quelli che dobbiamo “fronteggiare” a livello di LoB

•Valutare la profittabilità del prodotto al netto del costo del capitale in ottica S2 che potrebbe

•portare a scelte di gran lunga differenti rispetto alle medesime nel regime S1

•Ottimizzare il livello di solvibilità della Compagnia → Solvency Ratio più elevato

LUISS

Grazie!